

Т. М. Ерина, М. Ю. Ерина

УНИВЕРСАЛЬНЫЕ УЧЕБНЫЕ
ДЕЙСТВИЯ

Рабочая тетрадь по математике

К учебнику Н. Я. Виленкина и др. «Математика.
6 класс»

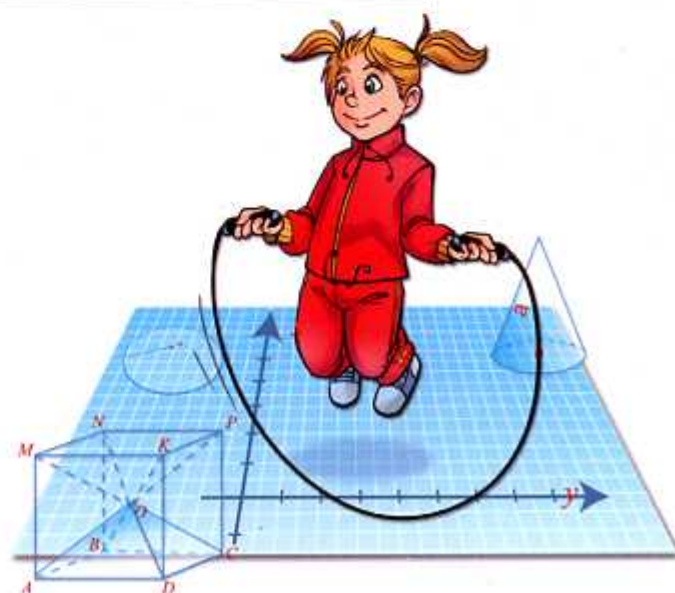
Часть 1

учени _____ класса _____

_____ ШКОЛЫ _____

6
класс

ЭКЗАМЕН



Учебно-методический комплект

Т. М. Ерина, М. Ю. Ерина

УНИВЕРСАЛЬНЫЕ УЧЕБНЫЕ ДЕЙСТВИЯ

Рабочая тетрадь по **МАТЕМАТИКЕ**

К учебнику Н. Я. Виленкина и др.

«Математика. 6 класс»

(М. : Мнемозина)

Часть 1

6 класс

Издание второе, переработанное и дополненное

Издательство

«**ЭКЗАМЕН**»

МОСКВА • 2017

УДК 373:51
ББК 22.1я72
Е71

Имя автора и название цитируемого издания указаны на титульном листе данной книги (ст. 1274 п. 1 части четвертой Гражданского кодекса Российской Федерации).

Ерина Т. М.

Е71 Универсальные учебные действия. Рабочая тетрадь по математике: 6 класс: Часть 1: к учебнику Н. Я. Виленкина и др. «Математика. 6 класс». ФГОС (к новому учебнику) / Т. М. Ерина, М. Ю. Ерина. — 2-е изд., перераб. и доп. — М. : Издательство «Экзамен», 2017. — 71, [1] с. (Серия «Учебно-методический комплект»)

ISBN 978-5-377-11485-7

Данное пособие полностью соответствует федеральному государственному образовательному стандарту (второго поколения).

Авторами предложены разнообразные упражнения по всем темам, изложенным в учебнике, способствующие формированию у учащихся универсальных учебных действий (УУД): поиск и выделение необходимой информации, осознанное и произвольное построение речевого высказывания в устной и письменной форме; анализ, синтез, выбор оснований и критериев для сравнения, анализ истинности утверждений, доказательство, самостоятельное создание способов решения проблем творческого и поискового характера, планирование учебного сотрудничества со сверстниками.

В соответствии с функциями в УУД выделены четыре группы: 1) личностные, 2) познавательные, 3) регулятивные, 4) коммуникативные. Согласно федеральному государственному образовательному стандарту формирование УУД должно являться целью обучения и создаваться при освоении учениками каждой предметной области с учетом ее специфики.

Рабочая тетрадь насыщена задачами, предполагающими привлечение для их решения информации, поиск которой посилен ученикам 5–6 классов. Увлекательные задачи затрагивают широкий спектр знаний, содержат твердую математическую основу, требуют смекалки.

Приказом № 699 Министерства образования и науки Российской Федерации учебные пособия издательства «Экзамен» допущены к использованию в общеобразовательных организациях.

УДК 373:51
ББК 22.1я72

Подписано в печать 06.09.2016. Формат 60х90/8.
Гарнитура «Arial». Бумага офсетная. Уч.-изд. л. 1,57.
Усл. печ. л. 9. Тираж 10 000 экз. Заказ № 3135.

ISBN 978-5-377-11485-7

© Ерина Т. М., Ерина М. Ю., 2017
© Издательство «ЭКЗАМЕН», 2017

ОГЛАВЛЕНИЕ

1. Делители и кратные	4
2. Признаки делимости на 10, на 5 и на 2	6
3. Признаки делимости на 9 и на 3	9
4. Простые и составные числа	11
5. Разложение на простые множители	14
6. Наибольший общий делитель. Взаимно простые числа	16
7. Наименьшее общее кратное	19
8. Основное свойство дроби	21
9. Сокращение дробей	24
10. Приведение дробей к общему знаменателю	26
11. Сравнение, сложение и вычитание дробей с разными знаменателями	29
12. Сложение и вычитание смешанных чисел	32
13. Умножение дробей	35
14. Нахождение дроби от числа	38
15. Применение распределительного свойства умножения	41
16. Взаимно обратные числа	43
17. Деление	46
18. Нахождение числа по его дроби	49
19. Дробные выражения	51
20. Отношения	53
21. Пропорции	55
22. Прямая и обратная пропорциональные зависимости	58
23. Масштаб	61
24. Длина окружности и площадь круга	63
25. Шар	65
26. Координаты на прямой	66
27. Противоположные числа	69

I. Развиваем математическую речь

Перед вами несколько вопросов. Ответьте на них сначала письменно, а затем устно, составьте из ответов текст по теме «Делители и кратные» и перескажите его соседу по парте.



1. Какое число называют делителем данного натурального числа?
2. Какое число называют кратным натуральному числу a ?
3. Какое число является делителем любого натурального числа?
4. Какое число кратно n и является делителем n ?

Ответы:

II. Находим информацию

Кто написал строки: «Числа правят миром»? Что хотел сказать автор?

III. Исследуем

Попробуйте разгадать числовой фокус: «Задумайте любую цифру, кроме нуля. Умножьте её на 37. Полученное умножьте на 3. Последнюю цифру произведения зачеркните, а оставшееся число разделите на первоначально задуманную цифру; остатка не будет. У вас получится число 11».

IV. Учимся делать выводы

1) Объясните, почему число 4 является делителем числа 32, а число 6 — нет.

2) Укажите все делители числа:

а) 2 _____

г) 48 _____

ж) 20 _____

б) 1 _____

д) 18 _____

з) 256 _____

в) 8 _____

е) 100 _____

и) 17 _____

3) Объясните, почему число 16 кратно 4.

4) Напишите все двузначные числа, кратные числу

а) 10 _____ а) 23 _____

б) 9 _____ б) 87 _____

в) 17 _____ в) 25 _____

V. Анализируем и делаем правильные выводы

1) Укажите, верно или нет каждое из следующих утверждений.

а) 1370 кратно 137 _____ ; 68 делитель 136 _____ ;

43 кратно 3 _____ ; 17 делитель 35 _____ ;

10 251 кратно 9 _____ ; 25 делитель 100 _____ ;

100 кратно 25 _____ ; 9 делитель 69 _____ ;

б) Число 18 имеет шесть различных делителей _____ ;

в) у числа 17 делителей больше, чем у числа 14 _____ .

2) Выберите из множества чисел 24, 37, 243, 255, 345, 420, 8612 те числа, которые:

а) кратны 2 _____ а) имеют делитель 3 _____

б) кратны 5 _____ б) имеют делитель 9 _____

в) кратны 6 _____ в) имеют делитель 4 _____

3) Может ли нечётное число иметь делителем число 10? _____

4) Может ли чётное число иметь делителем число 5? _____

5) Определите, какой цифрой оканчивается натуральное число, если оно чётно и кратно 5 _____ .

6) Определите, какой цифрой оканчивается натуральное число, если оно нечётно и кратно 5 _____ .

7) Верно ли, что число 1 — делитель любого натурального числа? _____

8) Верно ли, что число 1 кратно любому натуральному числу? _____

9) Может ли число, кратное 10, быть нечётным? _____

10) Может ли число, кратное 3, быть чётным? _____

11) Верно ли, что любое натуральное число кратно самому себе?

12) Верно ли, что любое натуральное число является делителем самого себя?

13) Может ли натуральное число, кратное 10, не быть кратным 2?

14) Может ли натуральное число, кратное 3, не быть кратным 6?

VI. Применим математику

По шоссе со скоростью 80 км/ч движется вереница машин. Расстояние между идущими друг за другом машинами равно примерно 15 м, а средняя длина машины составляет 5 м. Можно ли в целях безопасности движения потребовать, чтобы на более узком участке дороги машины снижали скорость до 20 км/ч?

Решение: _____

Ответ: _____

VII. Тренируемся

1) Даны числа 11 и 2915.

а) Какое из двух чисел является делителем другого числа?

б) Найдите ещё три делителя этого числа.

в) Какое из двух чисел кратно другому числу?

г) Найдите ещё три числа, кратных этому числу.

Ответ: а) _____ б) _____

в) _____ г) _____

2) Среди чисел 5, 15, 20, 45, 105, 135 выберите:

а) числа, имеющие меньше шести делителей;

б) числа, кратные 9;

в) число, имеющее наибольшее количество делителей среди данных чисел;

г) число, имеющее наибольшее количество кратных среди данных чисел.

Ответ: а) _____ б) _____

в) _____ г) _____

Признаки делимости на 10, на 5 и на 2

2

I. Развиваем математическую речь

Перед вами несколько вопросов. Ответьте на них сначала письменно, затем устно, составьте из ответов текст по теме «Признаки делимости на 10, на 5 и на 2» и перескажите его соседу по парте.



1. Как по записи натурального числа определить, делится оно без остатка на 10 или нет?
2. Как по записи натурального числа определить, делится оно без остатка на 5 или нет?
3. Как по записи натурального числа определить, делится оно без остатка на 2 или нет?

Ответы:

II. Находим информацию

Какие числа называют совершенными? Кто и когда дал название таким числам? Где в истории и в природе мы сталкиваемся с совершенными числами?

III. Исследуем

Число a кратно числу b . Будет ли число a также кратно частному от деления a на b ?

IV. Учимся делать выводы

1) Объясните, как, не выполняя деления, определить, делится ли число 43 560 на 2? на 5? на 10? _____

2) Даны числа: 1360, 76, 35 000, 1244, 78, 21 591, 128, 325, 500, 506, 726, 905.
Укажите, какие из них делятся на

а) 2 _____ в) 2 и 5 _____

б) 5 _____ г) 10 _____

3) С помощью цифр 2, 3, 5, 9 (без повторения) запишите все четырёхзначные числа, которые делятся на:

а) 2 _____ ;

б) 5 _____ .

V. Анализируем и делаем правильные выводы

1) Является ли натуральное число чётным или нечётным, если оно

а) делится на 5 и не делится на 10 _____

5 бурых
медведей

3 белых
медведя

Все вместе
весят 6400 кг

Решение:

Ответ:

3

2. Как по записи натурального числа узнать, делится оно на 3 или не делится на 3? Приведите примеры.

Ответы.

Кто и когда вывел общий признак делимости чисел? В чём состоит этот признак? Покажите его применение на примере.

Когда сумма нечётных слагаемых является чётным числом?

IV. Учимся делать выводы

1) Объясните, как, не выполняя деления, определить, делятся ли числа 456 и 46 035 на 3? на 9? _____

2) Даны числа: 1560, 86, 36 000, 1344, 21 591, 400, 805.

Укажите, какие из них делятся на:

а) 3 _____ б) 9 _____ в) 2 и 3 _____ г) 5 и 9 _____

V. Анализируем и делаем правильные выводы

1) Является ли данное натуральное число чётным или нечётным, если оно

а) оканчивается цифрой 9 _____

б) оканчивается цифрой 6 _____

2) Является ли данное натуральное число чётным или нечётным, если

а) частное от деления этого числа на число 3 нечётно _____

б) произведение этого числа и числа 9 чётно _____ ?

3) Какой цифрой оканчивается натуральное число, если оно делится на 5 и на 9? _____

4) Среди чисел 246, 171, 415, 180, 216 найдите число,

а) делящееся на 3 и не делящееся на 2 _____

б) делящееся на 5 и не делящееся на 9 _____

5) Замените звёздочки двумя одинаковыми цифрами так, чтобы

а) число $7*1*$ делилось на 3 _____

б) число $*45*$ делилось на 9 _____

в) число $11**$ делилось на 3 и на 5 _____

г) число $4*2*$ делилось на 3 и на 10 _____

6) Какие цифры натурального числа нужно знать, чтобы определить, делится ли оно число

а) на 2 _____

в) на 3 _____

б) на 5 _____

г) на 9 _____ ?

VI. Применим математику

Могут ли три туриста, имея один двухместный мотоцикл, преодолеть расстояние 60 км за три часа? Скорость пешехода считайте равной 5 км/ч, а скорость мотоциклиста 50 км/ч.

Решение: _____

Ответ: _____

VII. Тренируемся

1) Из всех чисел x , удовлетворяющих неравенству $1510 < x < 1532$, выберите числа, которые

а) делятся на 3 _____

б) делятся на 9 _____

в) делятся на 3 и на 5 _____

г) делятся на 9 и на 2 _____

2) Вычислите.

$$(54,72 : 5,7 + 1,3 \cdot 4,5) : 5 - 3,01$$

Решение:

[illegible]

Ответ:

3) Решите задачу.

В корзине лежат яблоки. Утром мама взяла половину всех яблок и я взял ещё 2 яблока. В обед мама взяла половину остатка и сестра взяла ещё одно яблоко. На ужин в корзине осталось 3 яблока. Сколько яблок было в корзине первоначально?

Решение:

[illegible]

Ответ:

Простые и составные числа

4

I. Развиваем математическую речь

Перед вами несколько вопросов. Ответьте на них сначала письменно, а затем устно, составьте из ответов текст по теме «Простые и составные числа» и перескажите его соседу по парте.



1. Какие натуральные числа называют простыми?
2. Какие натуральные числа называют составными?
3. Почему число 1 не является ни простым, ни составным?

Ответы.

II. Находим информацию

Почему в таблице простых чисел (смотри обложку учебника) некоторые простые числа выделены другим цветом? Что это такое — «числа-близнецы»?

III. Исследуем

Каким свойством должны обладать натуральные числа a и b , чтобы было верным утверждение «если натуральное число делится на a и на b , то оно делится и на произведение ab »?

IV. Учимся делать выводы

1) Выберите простые числа среди чисел 14, 1, 18, 23, 39, 57, 41.

2) Запишите все делители указанного числа и подчеркните те из них, которые являются простыми числами.

а) 33 _____

в) 52 _____

д) 104 _____

б) 45 _____

г) 44 _____

е) 189 _____

V. Анализируем и делаем правильные выводы

1) Верно ли, что простое число имеет только один делитель? _____

2) Верно ли, что составное число имеет больше двух делителей? _____

3) Может ли одно из двух простых чисел быть делителем другого? _____

4) Может ли сумма двух составных чисел быть простым числом? _____

5) Может ли произведение двух составных чисел быть простым числом? _____

6) Может ли разность двух простых чисел быть простым числом? Ответ подтвердите примером. _____

I. Развиваем математическую речь

Перед вами несколько вопросов. Ответьте на них сначала письменно, а затем устно, составьте из ответов текст по теме «Разложение на простые множители» и перескажите его соседу по парте.



1. Что значит разложить число на простые множители?
2. Существуют ли составные числа, которые нельзя разложить на простые множители?
3. Чем могут отличаться два разложения одного и того же числа на простые множители?

Ответы.

II. Находим информацию

Что это такое — «решето» Эратосфена?

III. Исследуем

Лист картона со сторонами 54 см и 36 см надо разрезать без отходов на равные квадраты. Найдите площадь наибольшего квадрата, который можно получить из этого листа.

IV. Учимся делать выводы

1) Подчеркните произведения, которые являются разложением числа на простые множители.

а) $2 \cdot 8 \cdot 11$

д) $4 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 9$

и) $4 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 7$

б) $16 \cdot 3 \cdot 11$

е) $2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 19$

к) $2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 7$

в) $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 11$

ж) $2 \cdot 6 \cdot 13$

л) $4 \cdot 3 \cdot 19 \cdot 25$

г) $2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3$

з) $2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 7$

м) $15 \cdot 17 \cdot 11$

2) Разложите на простые множители число:

а) $26 =$ _____

д) $216 =$ _____

б) $35 =$ _____

е) $343 =$ _____

в) $70 =$ _____

ж) $210 =$ _____

з) $1024 =$ _____

з) $10\,000 =$ _____

3) Разложите число 60:

а) на два натуральных множителя _____

б) на три натуральных множителя _____

в) на простые множители _____

4) По разложению числа a на простые множители найдите все его натуральные делители: $a = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7$ _____

V. Анализируем и делаем выводы

1) Вычислите устно:

а) $(3 \cdot 7 \cdot 11) : 3 =$ _____

в) $680 \cdot 29 : (2 \cdot 5 \cdot 17) =$ _____

б) $680 : (2 \cdot 5 \cdot 17) =$ _____

г) $340 \cdot 23 : (2 \cdot 5 \cdot 17) =$ _____

2) Известно, что $a = 2 \cdot 33 \cdot 7$. Какие из чисел 21; 18; 33; 46; 54 являются делителями числа a ? _____

3) Даны выражения:

а) $2 \cdot 3 + 1$;

д) $2 \cdot 3 \cdot 5 + 2$;

и) $13 \cdot 17$;

б) $2 \cdot 3 + 2$;

е) $2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 11 + 1$;

к) $2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 13 + 1$;

в) $2 \cdot 3 \cdot 5 + 5$;

ж) $2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 + 1$;

л) $2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 - 2$;

з) $2 \cdot 3 \cdot 5 + 1$;

з) $29 \cdot 31$;

м) $2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 - 7$.

Запишите эти выражения в два столбика так, чтобы в один столбик попали выражения, значения которых являются простыми числами, а в другой столбик — те выражения, значения которых — составные числа.

VI. Тренируемся

1) Выпишите все цифры, которыми можно заменить звёздочку так, чтобы данное число было

а) простым: $6^* \underline{\hspace{1cm}}$; в) простым: $4^* \underline{\hspace{1cm}}$;

б) составным: $1^*9 \underline{\hspace{1cm}}$; г) составным: $3^*7 \underline{\hspace{1cm}}$.

2) Разложите на простые множители числа:

а) 50 400

б) 46 800

в) 1771

г) 2717

3) Число a при делении на 33 даёт остаток 6. Докажите, что a — составное число.

Наибольший общий делитель. Взаимно простые числа

6

I. Развиваем математическую речь

Перед вами несколько вопросов. Ответьте на них сначала письменно, а затем устно, составьте из ответов текст по теме «Наибольший общий делитель. Взаимно простые числа» и перескажите его соседу по парте.



1. Какое число называют наибольшим общим делителем двух натуральных чисел?

2. Какие два числа называют взаимно простыми?

3. Как найти наибольший общий делитель нескольких натуральных чисел?

4. Число a кратно числу b . Какое число является наибольшим общим делителем чисел a и b ?

Ответы.

II. Находим информацию

Кому принадлежат слова: «Три пути ведут к знанию: путь размышления — самый благородный, путь подражания — самый лёгкий и путь опыта — это путь самый горький»? Что вы знаете об этом человеке?

III. Исследуем

Из двух сцепленных шестерёнок одна имеет 16 зубцов, другая — 12 зубцов. До начала вращения пометили соприкасающиеся зубцы. Через какое наименьшее число оборотов двенадцатизубцовый шестерёнки метки совпадут?

IV. Учимся делать выводы

1) Найдите наименьший общий делитель a и b , если

а) $a = 3 \cdot 2 \cdot 5^2$, $b = 7 \cdot 5^2$, $c = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 7^2$

б) $a = 3^2 \cdot 7^3$, $b = 2 \cdot 3^2 \cdot 5$, $c = 2^3 \cdot 3^4 \cdot 13^2$

в) $a = 2^3 \cdot 3^4 \cdot 5 \cdot 7^2$, $b = 2^2 \cdot 3^5 \cdot 5^2 \cdot 7$, $c = 2^2 \cdot 3^3 \cdot 5 \cdot 7$

г) $a = 2^4 \cdot 3^2 \cdot 5^2 \cdot 11^3$, $b = 2 \cdot 5^3 \cdot 7 \cdot 19^2$, $c = 2 \cdot 3^3 \cdot 5^2 \cdot 13^2$

2) Придумайте пять пар таких чисел, чтобы их наибольший общий делитель был равен 1.

3) С помощью разложения чисел на простые множители докажите, что являются взаимно простыми числа:

б) 24 и 35

в) 56 и 99

4) Найдите наибольший общий делитель чисел:

а) 555 и 275

б) 465 и 870

V. Анализируем и делаем правильные выводы

- 1) Могут ли два чётных числа быть взаимно простыми? _____
- 2) Может ли наибольшим общим делителем двух натуральных чисел быть:
 - а) 1 _____
 - б) одно из этих чисел _____ ;
 - в) число, большее одного из данных чисел _____ ?
- 3) Выберите пару взаимно простых чисел среди чисел:
 - а) 28, 32, 42, 81 _____ ;
 - б) 10, 14, 25, 60 _____ ;
- 4) Среди чисел 3, 5, 15, 45, 60 укажите число, которое является наибольшим общим делителем трёх других данных чисел. _____
- 5) Среди чисел 21, 35, 75, 105 выберите пару чисел, имеющих
 - а) наименьший НОД _____
 - б) наибольший НОД _____
- 6) Верно ли, что простое и составное числа являются взаимно простыми? _____
- 7) Верно ли, что два простых числа являются взаимно простыми? _____
- 8) Может ли натуральное число иметь нечётное количество делителей? _____
- 9) Может ли квадрат натурального числа иметь чётное количество делителей? _____

VI. Находим закономерность

Продолжите ряд:

$\text{НОД}(11,13) = 1$, $\text{НОД}(13,15) = 1$, $\text{НОД}(35,37) = 1$, $\text{НОД}(37,39) = 1$

Какую закономерность вы подметили?

VII. Тренируемся

- 1) Найдите значение выражения и выпишите все составные делители этого числа.
 $53,1 + 4,6 \cdot (12 - 13,23 : 1,26)$

III. Исследуем

Можно ли подобрать такие натуральные числа a и b , чтобы выполнялось равенство:
 $18 \cdot a + 81 \cdot b = 996$?

IV. Анализируем и делаем выводы

1) Заполните пустые клетки таблицы по образцу первого столбика.

a	20	42	36	66	26	102
b	35	48	48	88	52	540
НОД (a, b)	5					
НОК (a, b)	140					
$a \cdot b$	700					
НОД $\cdot$ НОК	700					

Какую гипотезу можно сформулировать?

Обоснуйте её

2) Чему равно НОД двух чисел, если известно, что НОК этих чисел равно их произведению?

3) Делится ли НОК нескольких чисел на их НОД?

Обоснуйте ответ:

4) Может ли наименьшее общее кратное двух чисел равняться их произведению?

5) Может ли наибольший общий делитель двух различных чисел равняться их наименьшему общему кратному?

6) Известно, что наибольший общий делитель чисел a и b равен 1. Чему равно их наименьшее общее кратное?

7) Наименьшее общее кратное чисел a и b равно ab . Чему равен их наибольший общий делитель?

8) Может ли наименьшее общее кратное двух чётных чисел равняться их произведению?

9) Верно ли, что произведение двух натуральных чисел является их наименьшим общим кратным?

10) Чему равно наименьшее общее кратное натуральных чисел a и b , если их наибольший общий делитель равен a ?

11) Чему равен наибольший общий делитель натуральных чисел a и b , если наименьшее общее кратное этих чисел равно b ? _____

V. Тренируемся

1) Найдите число b , если
НОК (a ; b) = 7, НОД (b ; 1) = a .

Решение:

Ответ:

2) Найдите число b , если
НОК (a ; b) = a , НОД (a ; b) = 5.

Решение:

Ответ:

3) Решите задачу.

Какой наименьшей длины ленту должна купить Мальвина, чтобы разрезать её на ленты по 55 см или по 75 см, не получая обрезков?

Решение:

Ответ:

Основное свойство дроби

8

I. Развиваем математическую речь

Перед вами несколько вопросов. Ответьте на них сначала письменно, а затем устно, составьте из ответов текст по теме «Основное свойство дроби» и перескажите его соседу по парте.



1. Как сформулировать основное свойство дроби? Приведите пример.

2. Изменится ли дробь, если её числитель и знаменатель умножить на 15, а потом разделить на 3?

Ответы:

II. Находим информацию

Кому принадлежат слова «Никакой достоверности нет в науках там, где нельзя приложить ни одной из математических наук, и в том, что не имеет связи с математикой»? Что вы знаете об этом человеке?

III. Исследуем

В тетрадном листе бумаги ножницами прорежьте такую дырку, чтобы туда мог пролезть человек.

IV. Учимся делать выводы

1) Среди данных дробей найдите равные и подчеркните их:

- а) $\frac{25}{30}$; $\frac{4}{5}$; $\frac{12}{20}$; 0,8; $\frac{27}{45}$; в) $\frac{4}{5}$; 0,9; $\frac{9}{15}$; $\frac{12}{20}$; $\frac{6}{30}$; д) $\frac{3}{4}$; $\frac{15}{16}$; $\frac{9}{12}$; $\frac{15}{21}$; $\frac{8}{12}$;
 б) $\frac{8}{12}$; 0,7; $\frac{21}{30}$; $\frac{2}{3}$; $\frac{24}{32}$; з) $\frac{27}{30}$; 0,3; $\frac{3}{5}$; $\frac{18}{26}$; $\frac{9}{10}$; е) $\frac{2}{3}$; $\frac{14}{21}$; $\frac{10}{30}$; $\frac{8}{12}$; $\frac{12}{27}$.

2) Запишите несколько дробей, равных

$$\frac{1}{2} = \underline{\hspace{2cm}} \quad \frac{3}{5} = \underline{\hspace{2cm}} \quad \frac{2}{3} = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\frac{1}{3} = \underline{\hspace{2cm}} \quad \frac{4}{7} = \underline{\hspace{2cm}} \quad \frac{5}{7} = \underline{\hspace{2cm}}$$

3) Выразите дробь:

а) в двенадцатых долях единицы:

$$\frac{2}{3} = \underline{\hspace{2cm}}; \quad \frac{3}{4} = \underline{\hspace{2cm}}; \quad \frac{5}{6} = \underline{\hspace{2cm}}; \quad \frac{1}{2} = \underline{\hspace{2cm}}.$$

б) в сороковых долях единицы:

$$\frac{2}{5} = \underline{\hspace{2cm}}; \quad \frac{3}{8} = \underline{\hspace{2cm}}; \quad \frac{11}{20} = \underline{\hspace{2cm}}; \quad \frac{3}{4} = \underline{\hspace{2cm}}.$$

в) в двухсотсороковых долях единицы:

$$\frac{5}{3} = \underline{\hspace{2cm}}; \quad \frac{2}{15} = \underline{\hspace{2cm}}; \quad \frac{3}{8} = \underline{\hspace{2cm}}; \quad \frac{5}{6} = \underline{\hspace{2cm}}.$$

8. Основное свойство дроби

8. Основное свойство дроби

I. Развиваем математическую речь

Перед вами несколько вопросов. Ответьте на них сначала письменно, а затем устно, составьте из ответов текст по теме «Сокращение дробей» и перескажите его соседу по парте.



1. Что называют сокращением дроби? Приведите пример.
2. Какую дробь называют несократимой? Приведите пример.

Ответы:

II. Находим информацию

Найдите как можно больше пословиц и поговорок, в которых встречаются числа.

III. Исследуем

Найдите четыре дроби, удовлетворяющие неравенству $\frac{3}{11} < x < \frac{4}{11}$.

IV. Учимся делать выводы

1) Сократите дроби

а) $\frac{40}{32} = \frac{\quad}{\quad}$; в) $\frac{156}{128} = \frac{\quad}{\quad}$; д) $\frac{32}{60} = \frac{\quad}{\quad}$;
 б) $\frac{144}{120} = \frac{\quad}{\quad}$; з) $\frac{32}{256} = \frac{\quad}{\quad}$; е) $\frac{120}{135} = \frac{\quad}{\quad}$.

2) Вставьте число так, чтобы равенство стало верным:

а) $\frac{18}{27} = \frac{\square}{3}$; в) $\frac{\square}{6} = \frac{20}{24}$; д) $\frac{3}{11} = \frac{\square}{121}$;
 б) $\frac{5}{7} = \frac{65}{\square}$; з) $\frac{49}{\square} = \frac{7}{8}$; е) $\frac{600}{720} = \frac{\square}{6}$.

3) Запишите десятичные дроби в виде несократимых обыкновенных дробей.

$0,8 = \underline{\hspace{2cm}}$; $0,525 = \underline{\hspace{2cm}}$; $0,4 = \underline{\hspace{2cm}}$:

$0,65 = \underline{\hspace{2cm}}$; $0,375 = \underline{\hspace{2cm}}$; $0,15 = \underline{\hspace{2cm}}$.

4) Среди данных дробей подчеркните равные:

а) $\frac{9}{21}, \frac{25}{30}, 0,8, \frac{16}{20}, \frac{27}{63}, \frac{10}{12};$ б) $\frac{4}{6}, 0,9, \frac{27}{30}, \frac{6}{9}, \frac{24}{32}, \frac{6}{8}.$

V. Анализируем и делаем правильные выводы

1) Можно ли сократить дробь, если её числитель и знаменатель — чётные числа?

2) Можно ли сократить дробь, если её числитель и знаменатель — взаимно простые числа? _____

3) Верно ли, что числитель и знаменатель несократимой дроби — простые числа?

4) Верно ли, что если числитель и знаменатель некоторой дроби — простые числа, то эта дробь несократима? _____

5) Можно ли сократить правильную дробь со знаменателем 19?

6) Можно ли сократить неправильную дробь с числителем 11?

7) Можно ли сократить дробь, числитель которой оканчивается цифрой 0, а знаменатель — цифрой 5? _____

8) Можно ли сократить дробь, числитель которой оканчивается цифрой 6, а знаменатель — цифрой 0? _____

9) Можно ли при сокращении неправильной дроби получить

a) натуральное число? _____

б) правильную дробь? _____

10) Сократите дроби:

a) $\frac{18.7-18.5}{24.7+24.5} = \underline{\hspace{2cm}}$; б) $\frac{28.2+28.6}{42.6-42.2} = \underline{\hspace{2cm}}$.

VI. Находим закономерность

Определите закономерность расположения чисел каждого ряда и выпишите в соответствии с ней ещё три числа:

a) 2, 6, 12, 20, 30, _____ ; e) 3, 8, 15, 24, 35, 48, _____ ;

б) 3, 5, 9, 15, 23, _____ ; в) 12, 14, 13, 15, 14, 16, _____ .

VII. Тренируемся

1) Решите задачу.

В школе учатся 360 девочек, каждый мальчик дружит ровно с тремя девочками, а каждая девочка дружит ровно с пятью девочками. При этом для любых двух дружащих друг с другом девочек есть хотя бы один мальчик, который дружит с ними обеими. Какое наименьшее количество мальчиков может учиться в этой школе?

Решение:

[illegible]

Ответ:

2) Что больше.

1234567 · 1234569 или 12345682?

Решение:

[illegible]

Ответ:

Приведение дробей к общему знаменателю

10

I. Развиваем математическую речь

Перед вами несколько вопросов. Ответьте на них сначала письменно, а затем устно, составьте из ответов текст по теме «Приведение дробей к общему знаменателю» и перескажите его соседу по парте.



1. К какому новому знаменателю можно привести данную дробь?
2. Можно ли привести дробь $\frac{2}{7}$ к знаменателю 35? к знаменателю 25?
3. Какое число называют дополнительным множителем?
4. Как найти дополнительный множитель?
5. Какое число может служить общим знаменателем двух дробей?
6. Как привести дроби к наименьшему общему знаменателю?

Ответы.

II. Находим информацию

Какие числа называют многоугольными? Расскажите о них.

III. Исследуем

В 1742 г. в письме к Леонарду Эйлеру Христиан Гольдбах высказал предположение, которое до сих пор не смогли ни доказать, ни опровергнуть: «Всякое чётное число есть сумма двух простых чисел». Например, $4 = 2 + 2$, $6 = 3 + 3$, $8 = 3 + 5$, ... Проверьте гипотезу Гольдбаха для чисел до 20.

IV. Учимся делать выводы

1) Приведите дроби к данному знаменателю:

а) $\frac{4}{9} = \frac{4 \cdot \square}{18} = \frac{\square}{18}$

б) $\frac{13}{16} = \frac{\square}{64}$

в) $\frac{1}{15} = \frac{\square}{90}$

$\frac{5}{7} = \frac{5 \cdot \square}{70} = \frac{\square}{70}$

$\frac{11}{13} = \frac{\square}{39}$

$\frac{3}{4} = \frac{\square}{320}$

2) Дроби $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{5}{8}$, $\frac{7}{12}$ приведите к знаменателю 24

$\frac{1}{2} = \frac{\square}{24}$; $\frac{3}{4} = \frac{\square}{24}$; $\frac{5}{8} = \frac{\square}{24}$; $\frac{7}{12} = \frac{\square}{24}$.

3) Приведите дроби к наименьшему общему знаменателю:

а) $\frac{2}{3}$, $\frac{5}{6}$ и $\frac{7}{12}$; _____ в) $\frac{1}{6}$, $\frac{1}{8}$ и $\frac{2}{5}$; _____

б) $\frac{4}{3}$, $\frac{5}{8}$ и $\frac{11}{16}$; _____ г) $\frac{3}{5}$, $\frac{7}{15}$ и $\frac{8}{25}$; _____

4) Приведите дроби к наименьшему общему знаменателю.

а) $\frac{7}{30}$ и $\frac{25}{84}$; _____ в) $\frac{3}{10}$ и $\frac{5}{14}$; _____

б) $\frac{12}{35}$ и $\frac{7}{45}$; _____ г) $\frac{29}{60}$ и $\frac{109}{126}$; _____

V. Анализируем и делаем правильные выводы

1) Может ли общий знаменатель двух несократимых дробей быть равным одному из знаменателей данных дробей? _____

2) Может ли общий знаменатель двух несократимых дробей быть меньше знаменателей данных дробей? _____

3) Верно ли, что в качестве нового знаменателя обычно выбирают наименьшее общее кратное знаменателей данных дробей? _____

4) Верно ли, что между любыми обыкновенными дробями находится бесконечно много других обыкновенных дробей? _____

5) Найдите все натуральные значения x , при которых верно неравенство

а) $\frac{2}{3} < \frac{x}{30} < \frac{4}{5}$; _____ б) $\frac{3}{4} < \frac{x}{60} < \frac{4}{5}$; _____

6) Определите, какие из дробей $\frac{7}{8}$, $\frac{11}{12}$ и 0,9 являются решениями неравенства:

а) $\frac{6}{7} < x < 1$ _____ б) $\frac{7}{9} < x < 1$ _____

7) Найдите две дроби, удовлетворяющие неравенству

а) $\frac{5}{7} < x < \frac{6}{7}$; _____ б) $\frac{7}{11} < x < \frac{8}{11}$; _____

VI. Тренируемся

1) Толя купил 4 книги. Все книги без первой стоят 144 рубля, без второй — 138 рублей, без третьей — 126 рублей, без четвертой — 114 рублей. Сколько стоит каждая книга?

Решение: _____

Ответ: _____

2) Для приготовления варенья на 2 части сахара берут 3 таких же по весу части ягод. Сколько надо взять сахара и ягод для 10 кг варенья, если при варке вес уменьшается в 1,5 раза?

Решение: _____

Ответ: _____

Сравнение, сложение и вычитание дробей с разными знаменателями

11

I. Развиваем математическую речь

Перед вами несколько вопросов. Ответьте на них сначала письменно, а затем устно, составьте из ответов текст по теме «Сравнение, сложение и вычитание дробей с разными знаменателями» и перескажите его соседу по парте.



1. Как сравнить две дроби с разными знаменателями? Приведите пример.

2. Как сложить дроби с разными знаменателями? Приведите пример.

3. Как выполнить вычитание дробей с разными знаменателями? Приведите пример.

Ответы:

II. Находим информацию

Почему в России в XVIII веке начали активно развиваться многочисленные учебные заведения? Что такое Школа математических и навигацких наук? Какую роль она играла? Кого она готовила?

III. Исследуем

Какое наибольшее значение может принимать наибольший общий делитель тринадцати натуральных чисел, если их сумма равна 1988?

IV. Учимся делать выводы

1) Сравните дроби и результат сравнения запишите с помощью знаков =, <, >:

а) $\frac{1}{2} \square \frac{1}{3}$

б) $\frac{3}{7} \square \frac{3}{5}$

в) $\frac{8}{7} \square \frac{8}{11}$

$\frac{1}{7} \square \frac{1}{4}$

$\frac{7}{15} \square \frac{7}{11}$

$\frac{7}{13} \square \frac{7}{15}$

$\frac{2}{5} \square \frac{2}{3}$

$\frac{2}{5} \square \frac{2}{3}$

$\frac{9}{31} \square \frac{9}{11}$

2) Сравните дроби:

а) $\frac{7}{11} \square \frac{5}{11}$ б) $\frac{8}{7} \square \frac{5}{7}$ в) $\frac{15}{29} \square \frac{23}{29}$

$\frac{4}{15} \square \frac{13}{15}$ $\frac{13}{14} \square \frac{5}{14}$ $\frac{13}{26} \square \frac{2}{4}$

3) Сравните дроби:

а) $\frac{1}{5} \square \frac{3}{10}$ б) $\frac{3}{5} \square \frac{21}{40}$ в) $\frac{5}{6} \square \frac{8}{9}$

$\frac{1}{2} \square \frac{3}{4}$ $\frac{1}{17} \square \frac{3}{51}$ $\frac{1}{12} \square \frac{3}{20}$

$\frac{7}{15} \square \frac{2}{5}$ $\frac{3}{8} \square \frac{5}{6}$ $\frac{5}{7} \square 0,7$

4) Сложите дроби.

а) $\frac{7}{12} + \frac{1}{4} =$ _____ в) $\frac{7}{24} + \frac{1}{60} =$ _____

б) $\frac{1}{5} + \frac{2}{15} =$ _____ д) $\frac{1}{42} + \frac{2}{63} =$ _____

в) $\frac{5}{12} + \frac{3}{20} =$ _____ е) $\frac{2}{9} + \frac{1}{12} =$ _____

5) Выполните вычитание.

а) $\frac{9}{10} - \frac{2}{5} =$ _____ в) $\frac{7}{12} - \frac{8}{15} =$ _____

б) $\frac{3}{5} - \frac{4}{15} =$ _____ г) $\frac{25}{39} - \frac{15}{26} =$ _____

V. Анализируем и делаем правильные выводы

1) Закончите предложение, вставив пропущенное слово так, чтобы высказывание стало верным:

а) Из двух дробей с одинаковыми знаменателями больше та дробь, у которой числитель _____. Приведите пример _____.

б) Правильная дробь _____ 1, а неправильная дробь _____ или _____ 1. Приведите пример _____.

в) Если первая дробь меньше второй, а вторая дробь меньше третьей, то первая дробь _____ третьей. Приведите пример _____.

2) Расположите дроби в порядке убывания:

а) $0,375, \frac{3}{11}, \frac{1}{3}$; б) $\frac{9}{20}, \frac{5}{12}, \frac{3}{8}, \frac{7}{16}$.

3) Расположите дроби в порядке возрастания:

а) $\frac{7}{12}, \frac{5}{9}, \frac{10}{21}, \frac{8}{15}$; б) $\frac{7}{9}, \frac{15}{16}, 0,875, \frac{16}{17}$.

4) Верно ли, что из двух дробей больше та, знаменатель которой меньше?

5) Верно ли, что из двух дробей с одинаковыми числителями больше та, знаменатель которой меньше?

6) Верно ли, что если $a < \frac{3}{4}$, то $a < \frac{4}{5}$?

7) Верно ли, что если $a > \frac{4}{9}$, то $a > \frac{2}{3}$?

8) Запишите недостающее число так, чтобы равенство было верным:

а) $\frac{1}{5} + \frac{\square}{10} = \frac{1}{2}$; а) $\frac{1}{7} + \frac{\square}{21} = \frac{1}{3}$;

б) $\frac{1}{3} + \frac{\square}{6} = \frac{1}{2}$; б) $\frac{1}{9} + \frac{\square}{27} = \frac{1}{3}$;

в) $\frac{1}{8} - \frac{1}{\square} = \frac{1}{10}$; в) $\frac{1}{4} - \frac{1}{\square} = \frac{1}{6}$.

VI. Находим закономерность

7	10	13
22		30
4	9	

15	29	56	109	214		
----	----	----	-----	-----	--	--

VII. Тренируемся

1) Решите уравнение.

$$\frac{x}{56} + \frac{1}{7} = \frac{3}{4}$$

Решение:

[illegible]

Ответ:

2) При сокращении дроби $\frac{x}{16}$ получилась дробь $\frac{1}{x}$. Найдите x .

Решение:

[illegible]

Ответ:

3) При приведении дроби $\frac{4}{x}$ к знаменателю 16 получилась дробь $\frac{x}{16}$. Найдите x .

Решение:

[illegible]

Ответ:

4) Решите задачу.

Три трактора вспахали $\frac{44}{45}$ поля, причём первый трактор вспахал $\frac{1}{5}$ поля, что на $\frac{1}{15}$ меньше, чем второй. Какой из тракторов — второй или третий — вспахал больше? На сколько?

Решение:

Ответ:

5) В государстве 40 городов, и из каждого из них выходит 3 дороги. Сколько всего дорог в государстве?

Решение:

Ответ:

Сложение и вычитание смешанных чисел

12

I. Развиваем математическую речь

Перед вами несколько вопросов. Ответьте на них сначала письменно, а затем устно, составьте из ответов текст по теме «Сложение и вычитание смешанных чисел» и перескажите его соседу по парте.



1. Как сложить смешанные числа? Приведите пример.
2. На каких свойствах сложения основано сложение смешанных чисел?
3. Как выполнить вычитание смешанных чисел? Приведите пример.
4. На каких свойствах основано правило вычитания смешанных чисел?

Ответы.

II. Находим информацию

Дроби появились в глубокой древности. Какие дроби в Древнем Египте называли аликвотными?

III. Исследуем

При делении одного числа на другое получили десятичную дробь, целая часть которой равна делителю, а после запятой записано делимое. Какие это числа?

IV. Учимся делать выводы

1) Закончите действия.

а) $5\frac{3}{10} + 7\frac{2}{5} = \square + \frac{3}{10} + \frac{\square}{10} = \square\frac{7}{10}$

б) $6\frac{7}{8} + 3\frac{5}{12} = \square + \frac{\square}{24} + \frac{\square}{24} = \square + \frac{\square}{24} = \square\frac{31}{24} = \square\frac{\square}{24}$

в) $8\frac{1}{9} + 2\frac{3}{5} = 10 + \frac{\square}{45} + \frac{\square}{45} = 10\frac{\square}{45}$

г) $3\frac{5}{12} + 1\frac{2}{15} = \square + \frac{\square}{60} + \frac{\square}{60} = \square\frac{\square}{\square}$

2) Закончите действия.

а) $8 - \frac{9}{11} = 7\frac{\square}{\square} - \frac{9}{11} = \square\frac{\square}{\square}$

в) $9 - 2\frac{8}{9} = \square\frac{\square}{\square} - 2\frac{8}{9} = \square\frac{\square}{\square}$

б) $5 - 2\frac{3}{5} = \square\frac{\square}{\square} - 2\frac{3}{5} = \square\frac{\square}{\square}$

г) $3 - \frac{5}{6} = \square\frac{\square}{\square} - \frac{5}{6} = \square\frac{\square}{\square}$

3) Выполните вычитание.

а) $3\frac{2}{5} - 2\frac{6}{7} =$

в) $7\frac{3}{16} - 2\frac{7}{20} =$

б) $5\frac{1}{3} - 3\frac{4}{9} =$

г) $4\frac{5}{6} - \frac{4}{9} =$

4) Выполните сложение.

а) $3\frac{2}{5} + 6\frac{3}{4} =$

в) $12\frac{5}{8} + 5\frac{11}{12} =$

б) $6\frac{2}{15} + 3\frac{2}{3} =$

г) $4\frac{4}{9} + \frac{5}{6} =$

5) Выполните действия с величинами.

а) $4\text{ т} - 3\frac{3}{4}\text{ т} =$

в) $40\frac{3}{4}\text{ см} - 38\frac{1}{2}\text{ см} =$

б) $10\text{ м} - 7\frac{3}{7}\text{ м} =$

д) $2\frac{3}{5}\text{ кг} + 1\frac{3}{7}\text{ кг} =$

в) $5\text{ мин} - \frac{3}{4}\text{ мин} =$

е) $2\frac{1}{4}\text{ ц} + 3\frac{3}{4}\text{ ц} =$

V. Анализируем и делаем правильные выводы

1) Может ли сумма двух смешанных чисел с целыми частями 5 и 2 иметь целую часть 8? _____

2) Может ли разность двух смешанных чисел с целыми частями 5 и 1 иметь целую часть 3? _____

3) Может ли сумма двух смешанных чисел равняться 7, если оба слагаемых больше 3? _____

4) Может ли сумма двух смешанных чисел равняться 7, если оба слагаемые меньше 4? _____

5) Можно ли представить число 7 в виде

а) суммы трёх одинаковых смешанных чисел? _____

б) суммы двух одинаковых смешанных чисел? _____

6) Заполните пропуски числами так, чтобы данное равенство было верным:

а) $9\frac{\square}{42} - 1\frac{1}{6} = \square\frac{6}{7}$

б) $8\frac{\square}{56} - 3\frac{1}{8} = \square\frac{13}{14}$

7) Среди смешанных чисел $9\frac{1}{14}$; $2\frac{4}{7}$; $6\frac{1}{2}$ выберите число, которое:

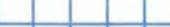
а) равно сумме двух других чисел ____ б) не равно разности двух других чисел ____

VI. Тренируемся

1) Решите уравнения.

$$\text{a) } 7\frac{3}{28} - \left(5\frac{2}{7} - x\right) = 2\frac{4}{21}$$

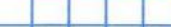
Решение:



Ответ:

$$6) \quad 5\frac{1}{6} - \left(2\frac{1}{12} + x\right) = 0,25$$

Решение:



Ответ:

2) Найдите натуральное число, удовлетворяющее неравенству

a) $3,5 < 4\frac{7}{12} - \frac{x}{4} < 3\frac{5}{6};$

$$6) \quad 2\frac{5}{12} < 3\frac{5}{6} - \frac{x}{8} < 2,5$$

Ответ: _____

Ответ: _____

3) Решите задачу.

Картошку разложили в 24 пакета по 5 кг и 3 кг. Масса всех пакетов по 3 кг равна массе всех пакетов по 5 кг. Сколько пакетов по 5 кг?

Решение: _____

Ответ: _____

Умножение дробей

13

I. Развиваем математическую речь

Перед вами несколько вопросов. Ответьте на них сначала письменно, а затем устно, составьте из ответов текст по теме «Умножение дробей» и перескажите его партнёру.



1. Как умножить дробь на натуральное число? Приведите пример.
2. Как выполнить умножение двух дробей? Приведите пример.
3. Как выполнить умножение смешанных чисел? Приведите пример.
4. Какими свойствами обладает действие умножения дробей?
5. Каковы свойства нуля и единицы при умножении?

Ответы.

II. Находим информацию

Что такое математический фокус? Как провести забавный фокус по угадыванию дня рождения любого человека?

III. Исследуем

Перед вами ряды дробей, называемые рядами Фарея.

$$\frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{3} \quad \frac{1}{2} \quad \frac{2}{3}$$

$$\frac{1}{4} \quad \frac{1}{3} \quad \frac{1}{2} \quad \frac{2}{3} \quad \frac{3}{4}$$

$$\frac{1}{5} \quad \frac{1}{4} \quad \frac{1}{3} \quad \frac{2}{5} \quad \frac{1}{2} \quad \frac{3}{5} \quad \frac{2}{3} \quad \frac{3}{4} \quad \frac{4}{5}$$

Изучите, как они составлены. Попробуйте записать пятый и шестой ряды.

IV. Учимся делать выводы

1) Выполните умножение.

а) $\frac{7}{9} \cdot 18 = \frac{7 \cdot \boxed{}}{\boxed{}} = \frac{7 \cdot 2}{\boxed{}} = \boxed{}$

в) $21 \cdot \frac{5}{14} = \frac{\boxed{} \cdot \boxed{}}{\boxed{}} = \frac{\boxed{}}{\boxed{}} = \frac{\boxed{}}{\boxed{}}$

б) $\frac{3}{5} \cdot 14 = \frac{3 \cdot \boxed{}}{\boxed{}} = \frac{\boxed{}}{\boxed{}} = 8 \frac{\boxed{}}{\boxed{}}$

г) $26 \cdot \frac{7}{13} = \frac{\boxed{} \cdot \boxed{}}{\boxed{}} = \boxed{}$

2) Выполните умножение.

а) $\frac{3}{5} \cdot \frac{5}{6} = \underline{\hspace{2cm}} \quad \frac{9}{11} \cdot \frac{11}{27} = \underline{\hspace{2cm}} \quad \frac{3}{5} \cdot \frac{20}{15} = \underline{\hspace{2cm}} \quad \frac{26}{49} \cdot \frac{7}{13} = \underline{\hspace{2cm}}$

б) $\frac{3}{5} \cdot \frac{10}{21} = \underline{\hspace{2cm}} \quad \frac{7}{26} \cdot \frac{2}{3} = \underline{\hspace{2cm}} \quad \frac{13}{11} \cdot \frac{11}{13} = \underline{\hspace{2cm}} \quad \frac{36}{49} \cdot \frac{7}{12} = \underline{\hspace{2cm}}$

в) $\frac{5}{9} \cdot \frac{3}{10} = \underline{\hspace{2cm}} \quad \frac{8}{25} \cdot \frac{5}{16} = \underline{\hspace{2cm}} \quad \frac{14}{45} \cdot \frac{50}{21} = \underline{\hspace{2cm}} \quad \frac{14}{15} \cdot \frac{5}{42} = \underline{\hspace{2cm}}$

3) Выполните умножение.

а) $1\frac{7}{9} \cdot 1\frac{1}{4} = \frac{\square}{9} \cdot \frac{\square}{4} = \frac{\square \cdot \square}{\square \cdot \square} = \frac{\square}{\square} = 1\frac{\square}{\square}$

б) $9 \cdot 4\frac{1}{6} = \frac{9}{1} \cdot \frac{\square}{\square} = \frac{\square \cdot \square}{1 \cdot \square} = \frac{\square}{\square} = \square\frac{\square}{\square}$

в) $16\frac{2}{3} \cdot 1\frac{1}{5} = \underline{\hspace{2cm}} \quad 2\frac{3}{4} \cdot 3\frac{1}{3} = \underline{\hspace{2cm}}$

г) $33\frac{1}{3} \cdot 1\frac{1}{5} = \underline{\hspace{2cm}} \quad 2\frac{4}{5} \cdot 6\frac{3}{7} = \underline{\hspace{2cm}}$

V. Анализируем и делаем правильные выводы

1) Верно ли, что:

а) произведение двух дробей может быть натуральным числом?

б) произведение двух натуральных чисел может быть правильной дробью?

2) Верно ли, что если произведение двух дробей равно одному из множителей, то второй множитель — единица?

3) Верно ли, что если произведение двух дробей равно единице, то оба множителя равны единице?

4) Верно ли, что произведение двух дробей больше каждого из множителей?

5) Верно ли, что произведение двух неправильных дробей больше каждого из множителей?

6) Среди данных чисел подчеркните то, квадрат которого меньше самого числа:

$2\frac{3}{7}; \frac{1}{2}; 1\frac{1}{7}$ $\frac{2}{3}; \frac{7}{2}; 1\frac{2}{5}$

7) Среди данных трёх дробей выберите две, произведение которых равно 5:

$\frac{75}{13}; \frac{13}{25}; \frac{13}{15}$

8) Увеличится или уменьшится произведение двух чисел, если

а) одно из них умножить на 1,7, а другое умножить на $\frac{10}{17}$? Приведите пример.

б) одно из них умножить на $2\frac{3}{7}$? Приведите пример.

в) одно из них умножить на $\frac{3}{4}$? Приведите пример.

VI. Тренируемся

1) Вычислите наиболее простым способом:

а) $\frac{8}{11} \cdot \frac{3}{4} + \frac{4}{5} \cdot \frac{10}{11} =$ _____

в) $3\frac{1}{2} \cdot \left(12\frac{7}{9} \cdot \frac{2}{7}\right) =$ _____

б) $\frac{10}{11} \cdot \frac{4}{5} + \frac{5}{6} \cdot \frac{12}{11} =$ _____

г) $\frac{7}{13} \cdot \frac{5}{14} + \frac{5}{13} \cdot \frac{1}{2} =$ _____

2) Решите задачу.

Ширина прямоугольного параллелепипеда равна $7\frac{1}{3}$ дм, что на $\frac{5}{6}$ дм больше его длины и в $\frac{81}{121}$ раз меньше высоты. Найдите объём параллелепипеда.

Решение: _____

Ответ: _____

Нахождение дроби от числа

14

I. Развиваем математическую речь

Перед вами несколько вопросов. Ответьте на них сначала письменно, а затем устно, составьте из ответов текст по теме «Нахождение дроби от числа» и перескажите его соседу по парте.



1. Как найти дробь от числа? Приведите пример.

2. Как найти несколько процентов от числа? Приведите пример.

Ответы.

II. Находим информацию

Одну сотую часть числа называют процентом. Как называют и обозначают тысячную часть числа?

III. Исследуем

Даны числа $a > 0$, $b > 0$, $c > 0$. Известно, что $abc = ac$, $ab < cb < ac$. Сравните числа a , b и c .

IV. Учимся делать выводы

Заполните таблицу: под каждым числом запишите указанную часть этого числа.

	500	350	200	45	15	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{3}{5}$	$1\frac{1}{3}$
$\frac{3}{5}$										
0,2										
0,5										
1%										
10%										
20%										
25%										

2) Найдите

- а) 53,7% килограмма _____
- б) 32,8% километра _____
- в) $\frac{11}{30}$ градусной меры прямого угла _____

V. Анализируем и делаем правильные выводы

- 1) Может ли неправильная дробь от неправильной дроби быть правильной дробью? Почему? _____
- 2) Может ли правильная дробь от правильной дроби быть неправильной дробью? Почему? _____
- 3) Может ли $\frac{3}{7}$ от числа a быть больше a ? Почему? _____
- 4) Может ли $\frac{9}{5}$ от числа a быть меньше a ? Почему? _____
- 5) Верно ли, что число, 70% которого больше 100, также больше 100? _____

6) Верно ли, что число, 130% которого больше 100, также больше 100?

7) Найдите число:

а) $\frac{1}{3}$ которого равна 5 _____

в) $\frac{2}{5}$ которого равны 45 _____

б) $\frac{3}{7}$ которого равны 28 _____

г) $\frac{2}{9}$ которого равны 189 _____

VI. Тренируемся

1) Решите задачу:

а) Стороны прямоугольника относятся как 2 : 3. Найдите отношение периметра прямоугольника к меньшей стороне.

Решение: _____

Ответ: _____

б) Скорость голубя 90 км/ч, скорость ласточки — 150 км/ч. Какую часть пути ласточки пролетит голубь за то же время полета?

Решение: _____

Ответ: _____

в) Сторону квадрата уменьшили на 20%. На сколько процентов уменьшилась его площадь?

Решение: _____

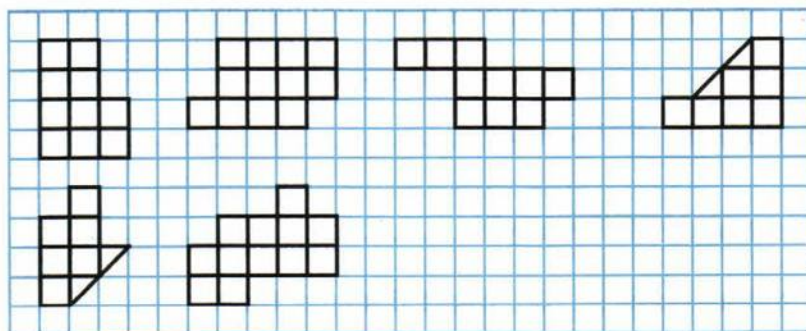
Ответ: _____

г) Число 21 составляет 70% некоторого числа. Найдите среднее арифметическое этих чисел.

Решение: _____

Ответ: _____

2) Разрежьте каждую из фигур на две одинаковые по площади и по форме части.



Применение распределительного свойства умножения

15

I. Развиваем математическую речь

Перед вами несколько вопросов. Ответьте на них сначала письменно, а затем устно, составьте из ответов текст по теме «Применение распределительного свойства умножения» и перескажите его соседу по парте.



1. Как умножить смешанное число на натуральное число? Приведите пример.

Ответы.

II. Находим информацию

Интересное и меткое «арифметическое сравнение» сделал Л.Н. Толстой. Он говорил, что человек подобен дроби. Что, по мнению писателя, представляют числитель и знаменатель такой дроби? Как вы понимаете такое сравнение? Согласны ли вы с ним?

III. Исследуем

Дано выражение $\frac{17}{19} \cdot \frac{a}{11} - \frac{17}{19} \cdot \frac{4}{11}$.

б) Какое натуральное число a можно взять, чтобы значение данного выражения было: дробью со знаменателем 19? _____

дробью со знаменателем 11? _____

натуральным числом? _____

нулём? _____

IV. Учимся делать выводы

1) Применяя распределительное свойство умножения

$(a + b) \cdot c = a \cdot c + b \cdot c$, $(a - b) \cdot c = a \cdot c - b \cdot c$, запишите результаты; промежуточные вычисления выполняйте устно.

а) $\left(20 - \frac{1}{4}\right) \cdot 4 =$ _____

г) $(4 + 12) \cdot \frac{1}{4} =$ _____

б) $\left(\frac{1}{3} + \frac{1}{5}\right) \cdot 15 =$ _____

д) $\left(\frac{1}{7} + 2\right) \cdot \frac{7}{9} =$ _____

в) $\left(\frac{7}{8} - \frac{1}{6}\right) \cdot 24 =$ _____

е) $\left(\frac{2}{7} + \frac{5}{21}\right) \cdot 21 =$ _____

2) Выполните умножение устно, запишите результат.

а) $8\frac{1}{7} \cdot 7 =$ _____

б) $25\frac{2}{5} \cdot 5 =$ _____

$6\frac{2}{3} \cdot 9 =$ _____

$9 \cdot 1\frac{1}{18} =$ _____

$70 \cdot 2\frac{1}{7} =$ _____

$32\frac{1}{9} \cdot \frac{1}{8} =$ _____

$18\frac{1}{4} \cdot \frac{1}{9} =$ _____

$35\frac{1}{3} \cdot 3 =$ _____

3) Вычислите:

а) $52 \cdot \frac{5}{11} + 52 \cdot \frac{6}{11} =$ _____

в) $\frac{12}{19} \cdot \frac{23}{15} - \frac{12}{19} \cdot \frac{4}{15} =$ _____

б) $\frac{11}{17} \cdot \frac{11}{15} + \frac{11}{17} \cdot \frac{4}{15} =$ _____

г) $\frac{45}{11} \cdot \frac{1}{2} - \frac{23}{11} \cdot \frac{1}{2} =$ _____

V. Анализируем и делаем правильные выводы

1) Можно ли между дробями $\frac{5}{12}$ и $\frac{6}{12}$ найти обыкновенную дробь со знаменателем:

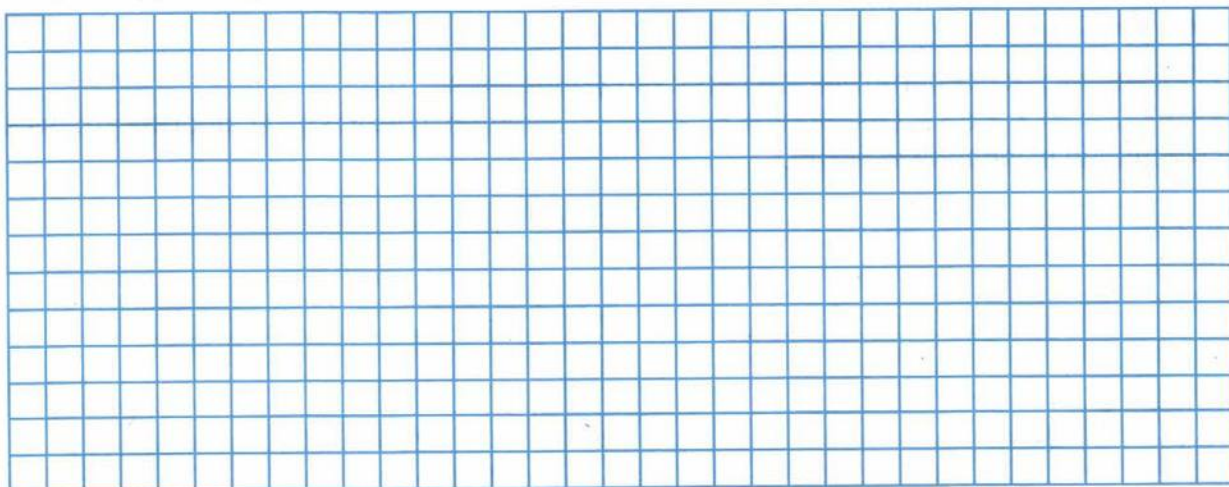
2, 3, 4, 5, 6, 9, 15, 18? _____

2) Можно ли между дробями $\frac{1}{18}$ и $\frac{1}{12}$ найти обыкновенную дробь со знаменателем:

9, 10, 30? _____

3) Нарисуйте такие фигуры, составленные из одинаковых клеточек, чтобы с их помощью можно было проиллюстрировать дроби

а) $\frac{3}{5}$; б) $\frac{7}{10}$; в) $\frac{5}{3}$.



Ответы.

II. Находим информацию

В старину на Руси цифры обозначались буквами. Для указания того, что знак является не буквой, а цифрой, сверху над ним ставился специальный знак «~», называемый «титло». Приведите пример записи чисел, а также старинные названия букв и их написание. Всё сведите в таблицу:

Цифры	10	20	30	40	50	60	70	80	90
Буквы									
Названия букв									

III. Исследуем

Найдите все несократимые дроби с числителем 60, большие $\frac{1}{3}$, но меньшие $\frac{1}{2}$.

IV. Учимся делать выводы

1) В нижней строке таблицы запишите числа, обратные данным.

$\frac{1}{7}$	7	$\frac{1}{3}$	3	$\frac{2}{3}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{13}{15}$	$\frac{21}{17}$	$\frac{19}{11}$
40	$2\frac{3}{5}$	0,6	$5\frac{1}{10}$	$6\frac{3}{4}$	$8\frac{3}{7}$	3,75	$12\frac{6}{7}$	$11\frac{4}{5}$

2) Запишите выражения, обратные дробям:

а) $\frac{b}{a} = \underline{\hspace{2cm}}$ б) $\frac{3x}{7y} = \underline{\hspace{2cm}}$ в) $\frac{1}{y} = \underline{\hspace{2cm}}$ г) $\frac{a}{7} = \underline{\hspace{2cm}}$

3) Проверьте, являются ли числа взаимно обратными:

а) $7\frac{2}{3}$ и $\frac{3}{23}$ _____ г) $3\frac{1}{5}$ и $5\frac{1}{3}$ _____

б) 97 и $\frac{1}{97}$ _____ д) 0,5 и 2 _____

в) 6,5 и $\frac{13}{2}$ _____ е) 0 и 1 _____

V. Анализируем и делаем правильные выводы

1) Могут ли взаимно обратные числа быть одновременно:

а) правильными дробями _____;

б) неправильными дробями _____;

в) натуральными числами _____?

2) Какое число обратно самому себе? _____

3) Можно ли при умножении числа 4 на некоторую правильную дробь получить число, меньшее 1? Если да, то приведите два примера.

4) Может ли при умножении числа 3 на некоторую правильную дробь получиться число, большее 1? Если да, то приведите два примера.

5) Верно ли, что при умножении натурального числа на правильную дробь получится число, меньшее этого натурального числа? Если да, то приведите два примера.

6) Могут ли два взаимно обратных числа быть меньше 2? _____

7) Могут ли два взаимно обратных числа быть правильными дробями? _____

8) Верно ли, что если делимое и делитель — взаимно обратные числа, то частное равно 1? _____

9) Верно ли, что если делимое и частное — взаимно обратные числа, то делимое равно 1? _____

10) Могут ли два взаимно обратных числа быть равными? _____

11) Найдите два взаимно обратных числа, если их частное равно:

49 _____;

$\frac{1}{25}$ _____.

17. Деление

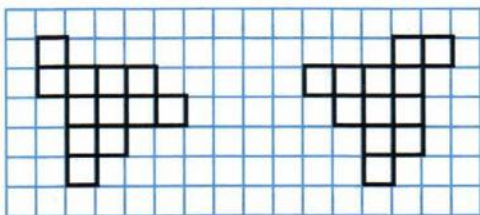
В посёлке четыре школы. В первой школе 840 учащихся, во второй на $\frac{1}{7}$ этого числа больше, в третьей — $\frac{5}{6}$ числа учащихся второй школы, а в четвёртой $\frac{3}{10}$ числа учащихся первых трёх школ вместе. Сколько учащихся во всех четырёх школах?

[illegible]

2) Автобус прошёл за 4 часа 180 км. В первый час он прошёл $\frac{4}{15}$ всего пути, во второй — $\frac{13}{16}$ того, что прошёл в первый час, в третий — вдвое меньше того, что прошёл за первые два часа, и в четвёртый час — остальное. Сколько километров прошёл автобус в четвёртый час?

[illegible]

3) Разрежьте фигуру на 3 равные части и по форме, и по площади.



17

Перед вами несколько вопросов. Ответьте на них сначала письменно, а затем устно, составьте из ответов текст по теме «Деление» и перескажите его соседу по парте.



1. Как разделить одну дробь на другую? Приведите пример.
2. Как выполняется деление смешанных чисел? Приведите пример.

II. Находим информацию

Каково практическое применение дробей в музыке?

III. Исследуем

Что это за число, если $\frac{1}{2}$ — треть этого числа?

IV. Учимся делать выводы

1) Каждое из нижеследующих частных замените равным ему произведением.

а) $\frac{8}{15} : 6 =$ _____

$12 : \frac{4}{5} =$ _____

б) $\frac{5}{10} : \frac{9}{11} =$ _____

$\frac{7}{12} : 2\frac{1}{18} =$ _____

2) Выполните деление:

а) $2 : \frac{2}{3} =$ _____

$5 : \frac{5}{7} =$ _____

$4 : \frac{8}{9} =$ _____

$130 : \frac{1}{10} =$ _____

б) $\frac{2}{7} : \frac{5}{14} =$ _____

$\frac{7}{12} : \frac{5}{6} =$ _____

$\frac{84}{121} : \frac{63}{110} =$ _____

$\frac{1}{300} : 300 =$ _____

3) Выполните деление:

а) $18 : 11\frac{9}{20} =$ _____

$5\frac{17}{24} : \frac{2}{3} =$ _____

в) $25\frac{5}{7} : 1\frac{1}{35} =$ _____

$5\frac{9}{11} : 13\frac{5}{7} =$ _____

б) $17\frac{5}{14} : 2\frac{2}{27} =$ _____

$\frac{7}{12} : 3\frac{1}{16} =$ _____

г) $63\frac{1}{3} : 5\frac{2}{11} =$ _____

$3\frac{7}{39} : 1\frac{5}{31} =$ _____

4) Почему деление $20\frac{8}{9} : 4$ можно выполнить так? Объясните.

$$20\frac{8}{9} : 4 = 20 : 4 + \frac{8}{9} : 4 = 5 + \frac{2}{9} = 5\frac{2}{9}$$

5) Выполните деление, рассуждая, как в предыдущем примере:

а) $15\frac{5}{9} : 5 =$ _____ б) $120\frac{6}{7} : 3 =$ _____

$45\frac{5}{8} : 5 =$ _____ $49\frac{14}{15} : 7 =$ _____

$100\frac{75}{647} : 25 =$ _____ $100\frac{50}{109} : 25 =$ _____

V. Анализируем и делаем правильные выводы

1) Верно ли, что разделить число на $\frac{1}{6}$ — то же, что умножить его на 6?

2) Верно ли, что разделить $\frac{1}{6}$ на число — то же, что умножить 6 на него?

3) Верно ли, что если делитель — правильная дробь, то частное больше делителя?

4) Верно ли, что если делитель — неправильная дробь, то частное больше делимого? Приведите пример. _____

5) Найдите два взаимно обратных числа, если их частное

а) равно 49 _____ ; б) равно $\frac{1}{25}$ _____ .

6) Найдите наименьшее натуральное число, при делении которого на $2\frac{1}{3}$ частное будет также натуральным числом _____

7) Найдите наименьшее натуральное число, при делении которого на $\frac{7}{11}$ и $\frac{5}{9}$ получится натуральное число _____

8) Найдите наименьшее натуральное число, при делении которого на $1\frac{5}{16}$, $1\frac{7}{11}$ и 4,2 получится натуральное число _____

VI. Тренируемся

1) Решите уравнение.

$$\left(5\frac{7}{18} - 4\frac{23}{30}\right) : \left(1,12 \cdot 1\frac{1}{9}\right) = x : \left(3,2 + 0,8 \cdot \left(5\frac{1}{2} - 3,25\right)\right)$$

Решение:

Ответ:

2) В одной семье было много детей. Семеро из них любили капусту, шестеро — морковь, пятеро — горох. Четверо из ребят любили и капусту, и морковь, трое — и капусту, и горох, двое — и морковь, и горох, а один — и капусту, и морковь, и горох. Сколько было детей в этой семье?

Решение:

Сколько детей в семье сейчас?

Ответ:

Нахождение числа по его дроби

18

I. Развиваем математическую речь

Перед вами несколько вопросов. Ответьте на них сначала письменно, а затем устно, составьте из ответов текст по теме «Нахождение числа по его дроби» и перескажите его соседу по парте.



1. Как найти число по данному значению его дроби?
2. Как найти число по данному значению его процентов?

Ответы.

II. Находим информацию

Один из старинных способов решения задач — правило ложного положения. В чём смысл этого правила? Найдите его и решите с помощью правила ложного положения задачу, которую, как говорят, когда-то предложил А.В. Суворов, будучи в гостях у деда Пушкина, маленькому Александру Сергеевичу.

Вот эта задача. Летит стая гусей, а навстречу ей один гусь: «Здравствуй, сто гусей!» Отвечает ему вожак: «Нас не сто. Вот если бы нас было столько, сколько есть, да ещё столько, да полстолько, да четверть столько, да ты с нами, то тогда нас было бы сто». Сколько гусей было в стае?

III. Исследуем

Найдите $\frac{7}{12}$ числа, $\frac{15}{17}$ которого равны 30.

IV. Учимся делать выводы

1) Вычислите неизвестную величину по следующим данным

а) $\frac{4}{5}$ площади комнаты составляют 40 м². Площадь комнаты _____.

б) $\frac{3}{8}$ отрезка равны 6 см. Длина всего отрезка _____.

в) $\frac{1}{7}$ маршрута туриста 11 км. Длина всего маршрута _____.

г) $\frac{2}{7}$ всей книги составляет 40 страниц. Количество страниц в книге _____.

д) $\frac{3}{8}$ всей лыжной дистанции составляет 300 м. Длина дистанции _____.

е) 40% угла составляют 8°.

ж) 17% массы торта равны 340 г.

Величина угла _____.

Масса торта _____.

2) Запишите в виде выражения число

$\frac{3}{5}$ которого равны a _____; $\frac{6}{11}$ которого равны a _____.

3) Найдите число:

а) $\frac{7}{8}$ которого равны $2\frac{3}{16}$ _____;

б) 36% которого равны 16,2 _____.

V. Анализируем и делаем выводы

1) Найдите

а) $\frac{5}{16}$ числа, $\frac{7}{8}$ которого равны 14.

б) число, 25% которого равны 6,25% от $4\frac{3}{5}$.

в) $\frac{13}{18}$ числа, $\frac{2}{9}$ которого равны 60.

г) число, 20% которого равны 12,5% от $3\frac{3}{7}$.

2) Число 76 составляет 40% от данного числа. Найдите среднее арифметическое этих чисел.

Решение: _____

Ответ: _____

VI. Тренируемся

1) Решите задачу.

Мальчик прочитал 25% книги, а затем $\frac{2}{3}$ оставшейся части. После этого он заметил, что прочитал на 75 страниц больше, чем ему осталось прочитать. Сколько страниц в книге?

Решение:

[illegible]

Ответ:

2) Нарисуйте прямоугольник. Нарисуйте три разных прямоугольника так, чтобы площадь исходного прямоугольника составляла $\frac{1}{4}$ площади каждого из них.



3) Найдите наименьшее натуральное число, делящееся на 36, в записи которого встречаются все 10 цифр.

Решение: _____

Ответ: _____

Дробные выражения

19

I. Развиваем математическую речь

Перед вами несколько вопросов. Ответьте на них сначала письменно, а затем устно, составьте из ответов текст по теме «Дробные выражения» и перескажите его соседу по парте.



1. Какое выражение называют дробным?
2. Как называют выражение, находящееся над чертой? под чертой?
3. Приведите примеры дробных выражений.

Ответы.

II. Находим информацию

Для обозначения больших чисел славяне изобрели способ, который не встречался у других народов. Одна и та же буква обозначала различные числовые единицы. Какие числа называли словами «тьма», «легион», «леодр», «ворон», «колода» и как их записывали?

III. Исследуем

Какой знак следует поставить между дробями $\frac{a}{b}$ и $\frac{c}{d}$, чтобы каждая из данных дробей была равна дроби $\frac{a+c}{b+d}$?

IV. Учимся делать выводы

1) Найдите значения выражений:

а) $2\frac{1}{4} \cdot 2\frac{2}{3} =$ _____

в) $\frac{3}{5} \cdot \frac{5^3}{18} \cdot \frac{3}{5} =$ _____

б) $5\frac{3}{8} \cdot 9\frac{1}{3} =$ _____
 $4\frac{2}{3}$

г) $2 + \frac{1}{3} + \frac{1}{2} =$ _____
 $2 - \frac{1}{3} - \frac{1}{2}$

2) Найдите значение выражений

а) $\frac{19 \cdot 8 \cdot 5 \cdot 11}{22 \cdot 4 \cdot 20 \cdot 19} =$ _____

б) $\frac{25 \cdot 63 \cdot 143}{35 \cdot 13 \cdot 11} =$ _____

V. Анализируем и делаем правильные выводы

1) Используя наиболее удобный способ вычислений, найдите значение выражения:

$$\frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \dots + \frac{1}{49 \cdot 50}$$

Решение: _____

Ответ: _____

2) В выражении $1 : 2 : 3 : 4 : 5 : 6 : 7 : 8 : 9$ расставьте скобки так, чтобы результат был
а) минимальным; б) максимальным.

Решение: _____

Ответ: _____

VI. Тренируемся

Решите задачу.

Проехав треть пути, пассажир заснул и спал до тех пор, пока не осталось проехать седьмую часть пути, который он проехал спящим. Найдите длину всего пути, если спящим пассажир проехал 42 км.

Решение: _____

Ответ: _____

Отношения

20

I. Развиваем математическую речь

Перед вами несколько вопросов. Ответьте на них сначала письменно, а затем устно, составьте из ответов текст по теме «Отношения» и перескажите его соседу по парте.



1. Что называют отношением двух чисел?
2. Что показывает отношение двух чисел?
3. Как узнать, какую часть число a составляет от числа b ? Приведите пример.
4. Как узнать, сколько процентов одно число составляет от другого? Приведите пример.

Ответы.

II. Находим информацию

Долгое время под числом понималось только натуральное число (собрание единиц), полученное в результате счёта. Новое определение числа было дано впервые английским учёным Исааком Ньютоном (1643–1727) в книге «Всеобщая арифметика». Что это за определение?

III. Исследуем

Отношение чисел a и b равно $\frac{4}{9}$. Найдите $\frac{9b}{a}$.

IV. Учимся делать выводы

1) Найдите отношения:

$$3 \text{ к } \frac{1}{4} \text{ —}; \quad \frac{7}{8} \text{ к } \frac{21}{40} \text{ —}; \quad 7 \text{ к } \frac{14}{15} \text{ —}; \quad \frac{11}{15} \text{ к } \frac{33}{45} \text{ —}.$$

2) Упростите отношения величин:

$$\frac{35 \text{ м}}{28 \text{ м}} = \text{—}; \quad \frac{18 \text{ м}}{45 \text{ дм}} = \text{—};$$

$$\frac{48 \text{ кг}}{32 \text{ кг}} = \text{—}; \quad \frac{21 \text{ дм}^3}{3500 \text{ см}^3} = \text{—};$$

$$\frac{640 \text{ км}}{8 \text{ ч}} = \text{—}; \quad \frac{860 \text{ м}}{20 \text{ с}} = \text{—}.$$

V. Анализируем и делаем правильные выводы

1) Даны отношения двух чисел:

а) 6 : 5; б) 1 : 1; в) 3 : 4; г) 1 : 5; д) 3 : 1.

Какие из этих отношений показывают, что:

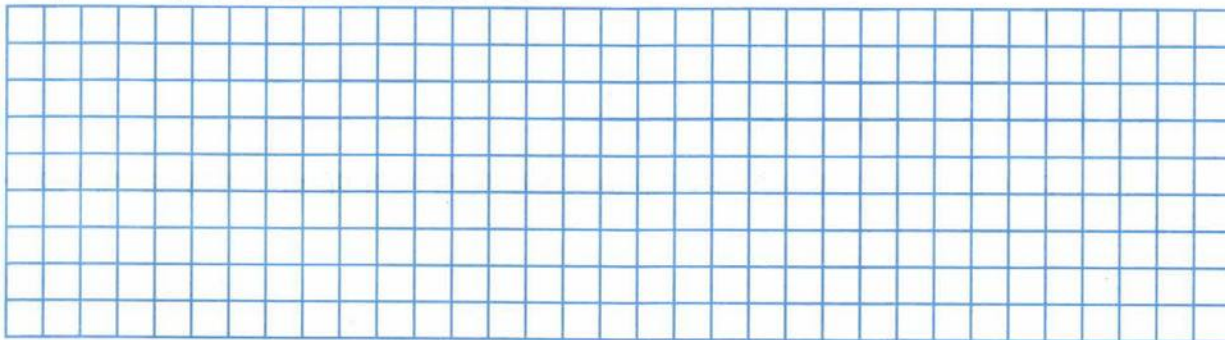
первое число меньше второго —; первое число в три раза больше второго —; числа равны —; одно из чисел кратно другому —?

2) Для приготовления джема нужно взять персики и сахар в отношении 5 : 7 (по массе). Сколько сахара потребуется на 1 кг персиков?

3) Начертите отрезок длиной 1 дм. Разделите этот отрезок на две части, длины которых относятся как 4 : 1.

4) Начертите отрезок длиной 14 см. Разделите этот отрезок на три части, длины которых относятся как 2 : 2 : 3.

5) Начертите два квадрата, длины сторон которых находятся в отношении 2 : 1. Определите отношение их площадей. А каково отношение площадей квадратов, длины сторон которых относятся как 3 : 4?



VI. Тренируемся

Два числа находятся в отношении 5 : 3. Найдите оба числа, если известно, что:

а) сумма этих чисел равна 80; **б)** разность этих чисел равна 18; **в)** первое число равно 25; **г)** второе число равно 27.

Решение: _____

Ответ: **а)** _____ ; **б)** _____ ; **в)** _____ ; **г)** _____ .

Пропорции

21

I. Развиваем математическую речь

Перед вами несколько вопросов. Ответьте на них сначала письменно, а затем устно, составьте из ответов текст по теме «Пропорции» и перескажите его соседу по парте.



1. Что такое пропорция?
2. Как называются числа x и y в пропорции $x : a = b : y$?
3. Как называются числа m и n в пропорции $a : m = n : b$?
4. Сформулируйте основное свойство пропорции. Приведите пример.
5. Какие перестановки членов пропорции снова приводят к верным пропорциям? Приведите примеры.

Ответы.

II. Находим информацию

Приведите примеры соблюдения пропорциональности в природе, искусстве, архитектуре.

III. Исследуем

Из чисел 6, 24, 12 и 48 составьте пропорцию так, чтобы отношения в правой и левой частях равенства были:

а) наименьшими из возможных

б) наибольшими из возможных

IV. Учимся делать выводы

1) Укажите верную пропорцию:

а) $4 : 5 = 9 : 10$; б) $5 : 6 = 36 : 30$; в) $4 : 5 = 28 : 35$; г) $6 : 7 = 42 : 36$.

Ответ: _____

2) Можно ли составить верную пропорцию из отношений:

а) $6 : 3$ и $24 : 12$ _____; в) $2 : 5$ и $10 : 4$ _____;

б) $1 : 5$ и $17 : 85$ _____; г) $20 : 8$ и $35 : 14$ _____ ?

3) Решите пропорцию.

а) $\frac{x}{2} = \frac{5}{7}$

в) $\frac{7}{9} = \frac{x}{6}$

д) $14:15 = 3:x$

б) $\frac{8}{7} = \frac{15}{x}$

е) $\frac{48}{x} = \frac{16}{7}$

е) $12:25 = \frac{7}{15}:x$

V. Анализируем и делаем правильные выводы

1) Можно ли составить верную пропорцию:

а) из чисел 3, 3, 2 и 2? _____

б) из чисел 1, 1, 2 и 3? _____

в) из трёх нечётных и одного чётного числа? _____

г) из трёх чётных и одного нечётного числа? _____

2) Из чисел 3, 15, 6, 30 составьте пропорцию так, чтобы отношения в правой и левой частях равенства были равны:

а) $\frac{1}{5}$ _____ ;

б) $\frac{1}{2}$ _____ ;

3) Останется ли пропорция верной, если поменять местами какой-нибудь средний её член с одним из крайних? Приведите пример.

4) Останется ли пропорция верной, если оба средних члена поменять местами с крайними членами? Проверьте ваш ответ на пропорции $3:5 = 9:15$.

5) С помощью перестановки членов пропорции

а) $5:11 = 15:33$;

б) $17:6 = 51:18$

составьте три другие верные пропорции.

а) _____ б) _____

6) Составьте четыре верные пропорции из чисел

а) 28; 12; 15; 35 _____

б) 6; 28; 8; 21 _____

7) Найдите все значения x , при которых из чисел x , 8, 12 и 16 можно составить верную пропорцию. Для каждого найденного значения приведите пример пропорции.

Решение: _____

Ответ: _____

8) Из данных чисел 0,8; 2,04; 0,6; 2,72 составьте верную пропорцию и докажите, что она верна

а) по определению пропорции; _____

б) по основному свойству пропорции. _____

VI. Тренируемся

1) Известно, что $\frac{a}{b} = 2,5$. Найдите:

а) $\frac{b}{3a} =$ _____ ;

б) $\frac{b}{5a+3b} =$ _____ .

2) Решите уравнения.

а) $\frac{6x-1,5}{4,5} = \frac{42}{54}$

б) $14 : \left(\frac{7}{9}x\right) = 3 : 2\frac{1}{7}$

Решение:

Ответ:

Решение:

Ответ:

Прямая и обратная пропорциональные зависимости

22

I. Развиваем математическую речь

Перед вами несколько вопросов. Ответьте на них сначала письменно, а затем устно, составьте из ответов текст по теме «Прямая и обратная пропорциональные зависимости» и перескажите его соседу по парте.



1. Какие величины называют прямо пропорциональными? Что можно сказать об отношениях соответствующих значений таких величин? Приведите примеры прямо пропорциональных величин.

2. Какие величины называют обратно пропорциональными? Что можно сказать об отношениях соответствующих значений таких величин? Приведите примеры обратно пропорциональных величин.

II. Находим информацию

Найдите информацию о том, как решали задачи на прямую и обратную пропорциональности во времена Л.Ф. Магницкого и в средневековой Европе.

Придумайте сами задачу на прямую или обратную пропорциональность и решите её старинным способом.

III. Исследуем

Определите, в прямой или обратной пропорциональной зависимости находятся:

- 1) делимое и частное при неизменном делителе? _____
- 2) множимое и множитель при неизменном произведении? _____
- 3) площадь квадрата и длина его стороны? _____
- 4) уменьшаемое и разность при неизменном вычитаемом? _____

IV. Учимся делать выводы

- 1) Как изменится при увеличении одной из двух прямо пропорциональных величин вторая величина? _____
- 2) Как изменится при уменьшении одной из двух обратно пропорциональных величин вторая величина? _____
- 3) Величину a увеличили в 5 раз. Определите, как изменится при этом b , если
 - а) a и b — обратно пропорциональные величины _____
 - б) a и b — прямо пропорциональные величины _____
- 4) Определите, являются ли величины a и b прямо или обратно пропорциональными:
 - а) при увеличении b в 3 раза величина a уменьшилась в 3 раза _____ ;

- б) при уменьшении a в 4 раза величина b уменьшилась в 4 раза _____ ;
 в) отношение $\frac{a}{b}$ при изменении a и b постоянно _____ ;
 г) произведение ab при изменении a и b постоянно _____ .

V. Анализируем и делаем выводы

- 1) Верно ли, что значение дроби и её знаменатель — обратно пропорциональные величины? _____
 2) Верно ли, что значение дроби и её числитель — обратно пропорциональные величины? _____
 3) Определите, являются ли данные величины прямо или обратно пропорциональными:
 а) производительность труда рабочего и время для выполнения определённой работы _____ ;
 б) количество карандашей, цена которых одинакова, и сумма денег, потраченная на их покупку _____ ;
 в) количество роз, которые можно купить на данную сумму, и цена одной розы _____ ;
 г) периметр квадрата и его площадь _____ .
 4) Числа a и b обратно пропорциональны числам c и d . Чему равно d , если $a = 18$, $b = 6$, $c = 21$? _____
 5) Числа a и b обратно пропорциональны числам c и d . Чему равно a , если $b = 16$, $c = 8$, $d = 9$? _____

VI. Тренируемся

1) Решите задачу.

С помощью 15 комбайнов агрофирма наметила убрать урожай за 10 дней.

- а) Сколько таких же комбайнов необходимо добавить, чтобы сократить сроки уборочной на 4 дня?
 б) На сколько дней позже намеченного срока закончат уборочную 10 таких же комбайнов?

Решение: _____

Ответ: а) _____ ; б) _____ .

2) Решите задачу.

Автомобиль, едущий с постоянной скоростью, проезжает некоторое расстояние за 8 часов.

а) Во сколько раз сократится пройденное расстояние, если время движения уменьшится на 3 часа?

б) Сколько времени понадобится, чтобы преодолеть то же расстояние на автомобиле со скоростью, превышающей прежнюю в 1,6 раза?

Решение: _____

Ответ: а) _____ ; б) _____ .

Масштаб

23

I. Развиваем математическую речь

Перед вами несколько вопросов. Ответьте на них сначала письменно, а затем устно, составьте из ответов текст по теме «Масштаб» и перескажите его соседу по парте.



1. Что называют масштабом карты?

2. Чему равен масштаб чертежа, если на нём детали увеличены в 5 раз? уменьшены в 50 раз?

Ответы.

II. Находим информацию

Что такое картография и от каких слов произошло это название?

III. Исследуем

В вашем городе установлен большой памятник. К вам в руки попала почтовая карточка с фотографией этого памятника, сделанной с большого расстояния от него. Можно ли воспользоваться этим снимком для определения высоты памятника?

IV. Учимся делать выводы

1) Расстояние между городами *A* и *B* на карте изображено отрезком в 1000 раз меньшим, чем на местности. Каков масштаб карты?

2) Масштаб карты 1 : 10 000 000. Отрезком какой длины обозначается на ней расстояние в 500 км?

3) Масштаб карты 1 : 1 000 000. Каково расстояние между двумя пунктами, если на карте оно изображено отрезком 4 см?

4) Расстояние между двумя пунктами на карте равно 5,6 см. Каково расстояние между этими пунктами на местности, если масштаб карты 1 : 200 000?

5) Расстояние между двумя сёлами на карте равно 4,6 см, а на местности оно равно 13,8 км. Каков масштаб карты?

V. Анализируем и делаем выводы

1) Расстояние на местности между пунктами *A* и *B* равно 16,5 км, а между пунктами *B* и *C* — 8,4 км. При этом на карте расстояние между *A* и *B* равно 5,5 см. Найдите масштаб карты и расстояние между *B* и *C* на карте.

2) Расстояние между двумя городами на одной карте 3,4 см, а на другой — в 3,5 раза больше. Масштаб первой карты 1 : 6 000 000. Каков масштаб второй карты?

Каково расстояние между городами на местности?

VI. Тренируемся

Решите задачи.

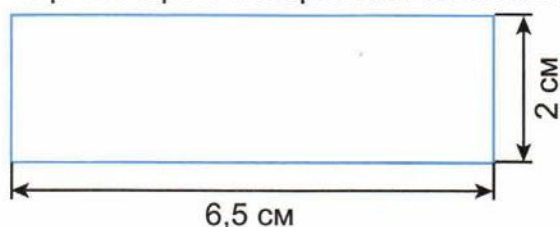
1) Лес на плане с масштабом 1 : 100 000 имеет форму прямоугольника со сторонами 47 мм и 68 мм. Определите площадь леса в га.

Решение: _____

Ответ: _____

2) Начертите план комнаты в масштабе 1 : 100, если длина комнаты 5 м, а ширина 4,5 м.

3) Норма высева семян подсолнечника составляет 15 кг на 1 га. Сколько потребуется семян подсолнечника, чтобы засеять прямоугольный участок земли, линейные размеры которого изображены на плане в масштабе 1 : 10 000?



Решение: _____

Ответ: _____

Длина окружности и площадь круга

24

I. Развиваем математическую речь

Перед вами несколько вопросов. Ответьте на них сначала письменно, а затем устно, составьте из ответов текст по теме «Длина окружности и площадь круга» и перескажите его соседу по парте.



1. Напишите формулу для нахождения длины окружности по длине её диаметра и по длине её радиуса.

2. Пропорциональна ли длина окружности длине её радиуса?

3. Напишите формулу площади круга.

4. Пропорциональна ли площадь круга длине его радиуса?

Ответы.

II. Находим информацию

Кто и почему обозначил отношение длины окружности к её диаметру буквой π ?

III. Исследуем

В Древнем Египте площадь круга считалась равной площади квадрата, сторона которого равна $\frac{8}{9}$ диаметра этого круга. Каким значением числа π пользовались египетские математики?

IV. Учимся делать выводы

1) Как изменится длина окружности, если её радиус:

а) увеличить в 3 раза _____ ; б) уменьшить в 4 раза _____ ?

2) Как изменится радиус окружности, если её длину:

а) увеличить в 6 раз _____ ; б) уменьшить в 8 раз _____ ?

3) Как изменится длина окружности, если её радиус:

а) увеличить на 5 см _____ ; б) уменьшить на 6 см _____ ?

4) Как изменится радиус окружности, если её длину:

а) увеличить на 9,42 дм _____ ; б) уменьшить на 6,28 см _____ ?

5) Как изменится площадь круга, если его радиус:

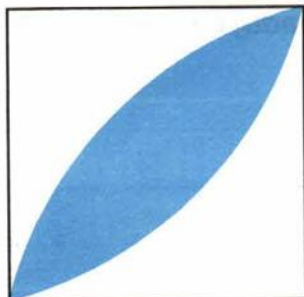
а) увеличить в 4 раза _____ ; б) уменьшить в 3 раза _____ ?

6) Как изменится площадь круга, если его диаметр:

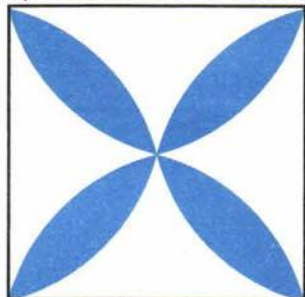
а) уменьшить в 4 раза _____ ; б) увеличить в 2 раза _____ ?

V. Анализируем и делаем выводы

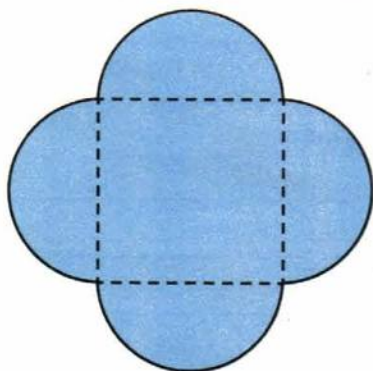
1) Вычислите площадь закрашенной фигуры, если сторона квадрата 6 см, дуги — четвёртые части окружностей радиуса 6 см.



2) На сторонах квадрата как на диаметрах построены полуокружности внутри квадрата. Вычислите площадь закрашенной фигуры, если сторона квадрата равна 5 см.



3) На сторонах квадрата как на диаметрах построили полуокружности вне квадрата. Вычислите периметр и площадь получившейся фигуры, если сторона квадрата равна 4 см.



4) Каждую сторону квадрата, разделили а) на 3 равные части, б) на 4 равные части, в) на 6 равных частей, г) на 12 равных частей и на каждой из них как на диаметрах построили полуокружности вне квадрата. Вычислите периметр и площадь каждой из получившихся фигур, если сторона квадрата равна 12 см.

Решение: _____

Ответ: а) _____ ; б) _____ ; в) _____ ; г) _____ .

5) Диаметр трамвайного колеса равен 78 см. Сколько оборотов делает колесо на расстоянии 1 км?

Шар

25

I. Развиваем математическую речь

Перед вами несколько вопросов. Ответьте на них сначала письменно, а затем устно, составьте из ответов текст по теме «Шар» и перескажите его соседу по парте.



1. Что называется радиусом шара? диаметром шара?
2. Что такое сфера?

Ответы.

II. Находим информацию

Что такое «дынька» в древнерусской архитектуре?

III. Анализируем и делаем выводы

1) Назовите несколько предметов, имеющих форму шара _____

2) Назовите несколько предметов, имеющих форму сферы _____

3) Внутри или вне сферы расположены точки, удалённые от её центра на расстояние:

а) больше её радиуса _____; б) меньше её радиуса _____?

Координаты на прямой

26

I. Развиваем математическую речь

Перед вами несколько вопросов. Ответьте на них сначала письменно, а затем устно, составьте из ответов текст по теме «Координаты на прямой» и перескажите его соседу по парте.



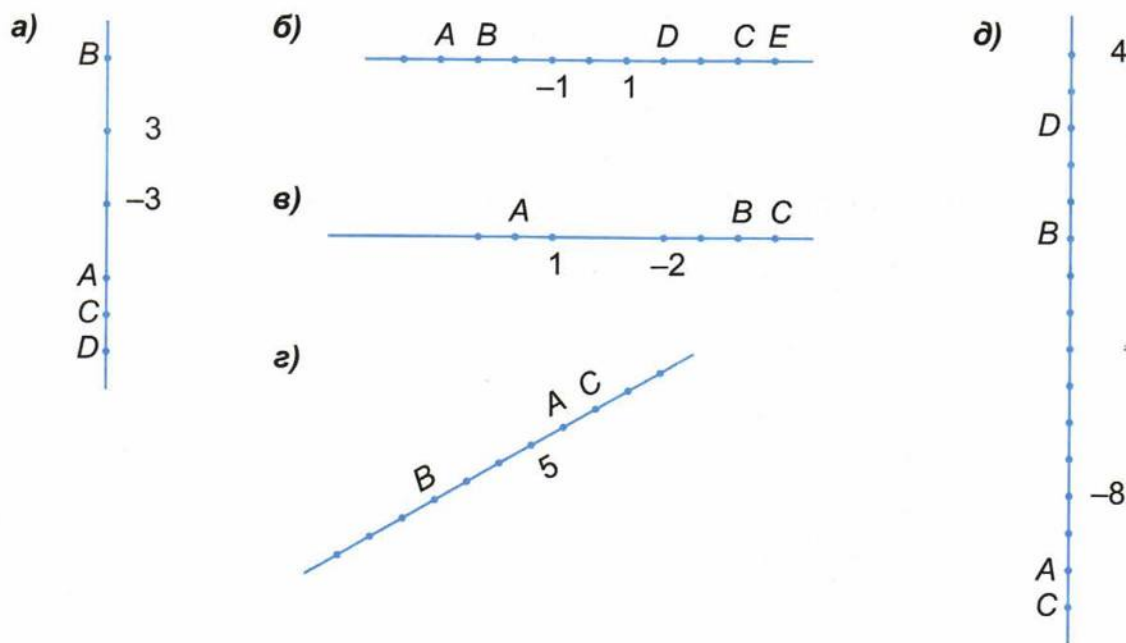
1. Что такое координатная прямая?
2. Что называют координатой точки на прямой?
3. Какими числами являются координаты точек на горизонтальной прямой, расположенных:
а) справа от начала координат; б) слева от начала координат?
4. Какую координату имеет начало координат?
5. Какими числами обозначают координаты точек на вертикальной прямой, расположенных:
а) выше начала координат; б) ниже начала координат?

II. Находим информацию

Много веков отрицательные числа толковались как числа-«долги». В каком веке и кем было предложено современное толкование отрицательных чисел, основанное на откладывании отрезков на координатной прямой влево от нуля?

III. Исследуем

Можно ли по данным рисункам (а, б, в, г, д) определить, какие числа соответствуют отмеченным точкам? Если да, то укажите эти числа и объясните, как вы это определили.



IV. Учимся делать выводы

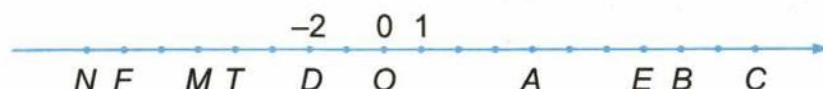
1) Объясните с точки зрения математики, почему о температуре $+6^\circ$ (6 градусов тепла) говорят « 6° выше нуля», а о температуре -5° (5 градусов мороза) говорят « 5° ниже нуля».

2) Приведите примеры практических ситуаций, которые можно описать с помощью положительных и отрицательных чисел.

3) Заполните пропуски в таблице.

Уровень воды в реке	24 см	27 см	22 см	23 см	29 см	...
Изменение уровня	повысится на 3 см	...	...	...	...	...
	на +3	...	...	...	на -7	...

4) Запишите координаты точек A, B, C, D, E, F, M, N, O, T.



5) Начертите координатную прямую и отметьте на ней точки A(4), B(-3), C(1), M(3,5), N(-2,5), E(-0,75), приняв за единичный отрезок 1 см.

6) Начертите координатную прямую, приняв за единичный отрезок 3 см, и отметьте на ней точки $A\left(-1\frac{1}{6}\right)$, $B\left(\frac{2}{3}\right)$ и C(-0,25).

V. Анализируем и делаем правильные выводы

1) Какие целые числа на координатной прямой лежат между числами -5,2 и 1,9?

2) Между какими соседними целыми числами на координатной прямой расположено число $-3\frac{1}{7}$?

3) Определите, какие числа на координатной прямой удалены:

а) от числа 2 на 6 единиц _____ ;

- б) от числа -1 на 4 единицы _____.
- 4) Сколько целых чисел на координатной прямой расположено между числами
- а) -7 и 13 _____; б) -12 и 4 _____?
- 5) Определите, какие числа удалены
- а) от числа $2\frac{5}{6}$ на 4 единицы _____;
- б) от числа $-1\frac{1}{3}$ на 3 единицы _____.
- 6) Сколько целых чисел удовлетворяют неравенству:
- а) $-198 \leq a \leq 150$ _____;
- б) $-263 \leq a \leq 232$ _____?

Противоположные числа

27

I. Развиваем математическую речь

Перед вами несколько вопросов. Ответьте на них сначала письменно, а затем устно, составьте из ответов текст по теме «Противоположные числа» и перескажите его соседу по парте.



1. Какие числа называют противоположными? Приведите примеры.
2. Число b противоположно числу a . Какое число противоположно числу b ? Приведите примеры.
3. Какое число противоположно нулю?
4. Существует ли число, имеющее два противоположных ему числа?
5. Какие числа называют целыми?

Ответы.

II. Находим информацию

Первое известное нам упоминание отрицательных чисел встречается в Китае в III в. до н. э. Однако знаков «+» и «-» тогда не употребляли. Как изображали положительные и отрицательные числа в Китае в III в. до н. э.? Как называли отрицательные числа?

III. Исследуем

Существует ли семь различных целых чисел, чья сумма равна их произведению?

IV. Учимся делать выводы

1) Под каждым числом запишите ему противоположное.

3	-1	6	$\frac{1}{5}$	-8	0,2	$-\frac{2}{7}$	3,6	a	-1,7	-30	30	$-b$

2) Из чисел 7; -4; 9,2; $-\frac{3}{5}$; $-5\frac{1}{9}$; -900; -0,29; $\frac{4}{11}$; $6\frac{5}{13}$; -2; 2000 выберите и выпишите:

целые числа _____ отрицательные дробные числа _____

целые отрицательные числа _____ положительные дробные числа _____

целые положительные числа _____ отрицательные десятичные дроби _____

дробные числа _____ положительные десятичные дроби _____

3) Напишите все целые числа, расположенные на координатной прямой от числа (-2) на расстоянии:

3 единичных отрезков _____

5 единичных отрезков _____

10 единичных отрезков _____

4) Напишите все целые числа, расположенные на координатной прямой между числами -11 и 11. _____

5) Напишите все целые числа, расположенные на координатной прямой между числами -300 и -290. _____

6) Начертите координатную прямую, приняв за единичный отрезок 3 см, и отметьте на ней точки $A(5)$, $B(-2,5)$, $C(-2\frac{1}{3})$. Отметьте точки A_1 , B_1 и C_1 , координаты которых противоположны координатам точек A , B , C .

V. Анализируем и делаем выводы

1) Запишите такое число a , чтобы число $(-a)$ было:

а) положительным _____ ; б) отрицательным _____ ; в) нулём _____ .

2) Найдите число, противоположное

а) числу $-(-3,7)$ _____ ;

б) значению выражения $(2,5)^2 \cdot \frac{8}{15} - \frac{5}{9}$

3) Отметьте на координатной прямой точки $A(-5)$ и $B(1)$. Отметьте точку C , такую, что точка A — середина отрезка CB . Найдите координату точки C .

4) На координатной прямой отмечены точки $X(-19)$ и $Y(2)$. Найдите координаты точек, делящих отрезок XY на три равные части.

5) На координатной прямой отметьте точки $A(-4)$ и $B(2)$. Отметьте точки M и T такие, что точки A и B делят отрезок MT на три равные части. Найдите координаты точек M и T .

6) На координатной прямой отмечены точки $A(-24)$ и $B(18)$. Точки M и N лежат на отрезке AB . Найдите координаты точек M и N , если M — середина отрезка AN , N — середина отрезка MB .

Учебное издание

**Ерина Татьяна Михайловна
Ерина Мария Юрьевна**

Универсальные учебные действия

РАБОЧАЯ ТЕТРАДЬ ПО МАТЕМАТИКЕ

К учебнику Н. Я. Виленкина и др. «Математика. 6 класс»

Часть 1

6 класс

Издательство **«ЭКЗАМЕН»**

Гигиенический сертификат
№ РОСС RU.ПЩ01.Н00199 от 19.05.2016 г.

Главный редактор *Л. Д. Лапто*
Редактор *И. М. Бокова*
Технический редактор *Л. В. Павлова*
Корректоры *В. В. Кожуткина, Е. В. Григорьева*
Дизайн обложки *О. А. Хрусталёва*
Компьютерная верстка *М. А. Серова*

107045, Москва, Луков пер., д. 8.
www.examen.biz

E-mail: по общим вопросам: info@examen.biz;
по вопросам реализации: sale@examen.biz
тел./факс 8(495)641-00-30 (многоканальный)

Общероссийский классификатор продукции
ОК 005-93, том 2; 953005 — книги, брошюры, литература учебная

Отпечатано в ООО «Типография «Миттель Пресс».
г. Москва, ул. Руставели, д. 14, стр. 6.
Тел./факс +7 (495) 619-08-30, 647-01-89.
E-mail: mittelpress@mail.ru

По вопросам реализации обращаться по тел.:
8(495)641-00-30 (многоканальный).